

ИСПИТ ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОФ, ОЕ, ОС, ИР)

5. фебруар 2019.

Напомене. Испит траје 180 минута и ради се самостално. Није дозвољено напуштање сале 60 минута од почетка испита. Писати искључиво хемијском оловком. Дозвољена је употреба непрограмабилних калкулатора. Дозвољена је употреба само овога папира и једне вежбанке, који се морају предати. Питања радити искључиво на овоме папиру, а задатке искључиво у вежбанци. Коначне одговоре на питања и тражена извођења уписати у одговарајуће кућице, учртати у дијаграме или заокружити понуђене одговоре. Одговори без извођења се неће признати. Свако питање носи по 5 поена, а задатак по 20 поена.

Попунити податке о кандидату у следећој табели. Исте податке написати и на омоту вежбанке.

| ПОДАЦИ О КАНДИДАТУ (попуњава кандидат) | | | | | | | КОЛОКВИЈУМ | | | | |
|--|----|---------------|----|----|----|--------|------------|----|--------------|-------|--------|
| Индекс година/број | | Презиме и име | | | | | | | | | |
| / | | | | | | | ИСПИТ | | | | |
| ПИТАЊА | | | | | | ЗАДАЦИ | | | УКУПНО ПОЕНА | ОЦЕНА | |
| 1. | 2. | 3. | 4. | 5. | 6. | Укупно | 1. | 2. | | | Укупно |
| | | | | | | | | | | | |

ПИТАЊА

1. За систем од N проводних тела у вакууму, у присуству великог референтног проводног тела, написати изразе којима се дефинишу: (а) коефицијенти потенцијала, (б) коефицијенти електростатичке индукције и (в) сопствене и међусобне капацитивности. Скицирати систем и на скици означити потребне величине. Исписати потребна објашњења.

| | | |
|-----|-----|-----|
| (а) | (б) | (в) |
|-----|-----|-----|

2. У свакој тачки домена v' у вакууму, у којем постоји квази-стационарно електромагнетско поље, познати су запреминска густина наелектрисања $\rho(\mathbf{r}',t)$ и вектор густине запреминске струје $\mathbf{J}(\mathbf{r}',t)$, где је \mathbf{r}' вектор положаја посматране тачке. У тачки са вектором положаја \mathbf{r} написати изразе за (а) електрични скалар-потенцијал $V(\mathbf{r},t)$ и магнетски вектор-потенцијал $\mathbf{A}(\mathbf{r},t)$ и (б) вектор јачине електричног поља $\mathbf{E}(\mathbf{r},t)$ и вектор магнетске индукције $\mathbf{B}(\mathbf{r},t)$.

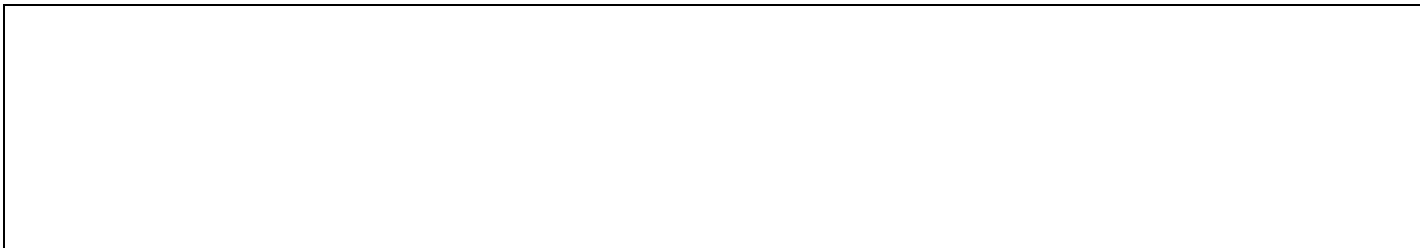
| | |
|-----|-----|
| (а) | (б) |
|-----|-----|

3. Комплексни представник вектора јачине електричног поља простопериодичног електромагнетског таласа дат је изразом $\underline{\mathbf{E}} = E_0(2\mathbf{i}_x + 3\mathbf{i}_y + \mathbf{i}_z)$, где је E_0 константа. За овај вектор одредити: (а) ефективну вредност, (б) минимални интензитет и (в) максимални интензитет. (г) Како је овај вектор поларизован? Образложити одговор.

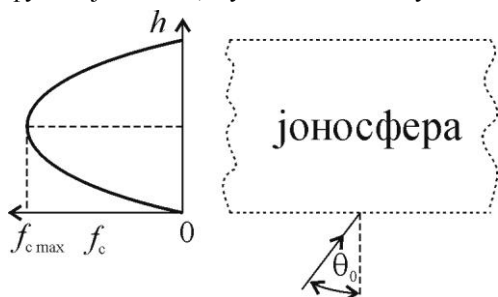
| | | | |
|-----|-----|-----|-----|
| (а) | (б) | (в) | (г) |
|-----|-----|-----|-----|

4. Раван униформан простопериодичан ТЕМ талас, учестаности f , простира се у линеарном хомогеном материјалу специфичне проводности σ , пермеабилности μ_0 и пермитивности ϵ . Полазећи од израза за комплексни коефицијент простирања, извести изразе за коефицијент слабљења и фазни коефицијент у случају када је материјал добар проводник.

5. Одредити максималну средњу снагу која се може преносити вођеним простопериодичним TEM таласом кроз коаксијални кабл, полупречника проводника a и b , са савршеним диелектриком релативне пермитивности ϵ_r , пермеабилности μ_0 и критичног поља E_{kr} .

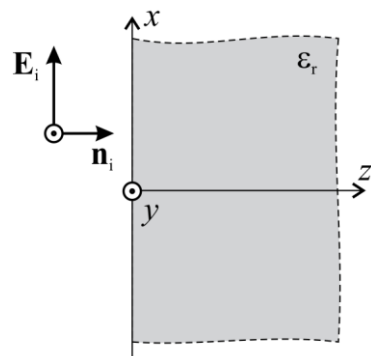


6. Полазећи од Снеловог закона, објаснити простирање таласа кроз јоносферу, чија је критична учестаност параболична функција висине, а у зависности од учестаности таласа f и упадног угла θ_0 (видети слику).

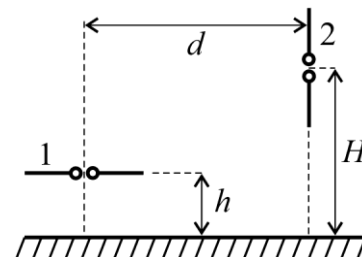


ЗАДАЦИ

1. Инцидентни линијски поларизован раван униформан простопериодичан TEM талас, ефективне вредности електричног поља E и учестаности f , наилази из вакуума нормално на бесконачну равну раздвојну површ са савршеним хомогеним диелектриком, релативне пермитивности ϵ_r и пермеабилности μ_0 . Инцидентни талас се постире у правцу и смеру орта $\mathbf{n}_i = \mathbf{i}_z$, а његов вектор јачине електричног поља \mathbf{E}_i паралелан је x -оси Декартовог координатног система, као на слици. (а) Одредити изразе за комплексне представнике резултантних вектора јачине електричног и магнетског поља у вакууму и диелектрику. (б) Ако су познати ефективна вредност електричног поља инцидентног таласа, $E = 0,4 \text{ V/m}$, и коефицијент стојећег таласа (количник максималне и минималне ефективне вредности резултантног вектора јачине електричног поља) у вакууму, $SWR = 3$, израчунати ефективне вредности вектора јачине електричног и магнетског поља у диелектрику.



2. Предајни полуталасни дипол (1) постављен је хоризонтално, на висини h изнад савршено проводне равни. На хоризонталном растојању $d \gg h$ од предајног дипола и на висини $H \gg h$ изнад савршено проводне равни налази се вертикални полуталасни дипол (2), као на слици. Предајни дипол 1 се напаја простопериодичном струјом учестаности f и ефективне вредности I . (а) Одредити израз за ефективну вредност електричног поља на месту пријемног дипола 2. (б) Ако је $h = 12,5 \text{ cm}$, $H = 30 \text{ m}$, $d = 52 \text{ m}$, $f = 600 \text{ MHz}$ и $I = 0,8 \text{ A}$, израчунати снагу коју пријемни дипол предаје прилагођеном пријемнику. Сматрати да су антене без губитака. Околна средина је ваздух.

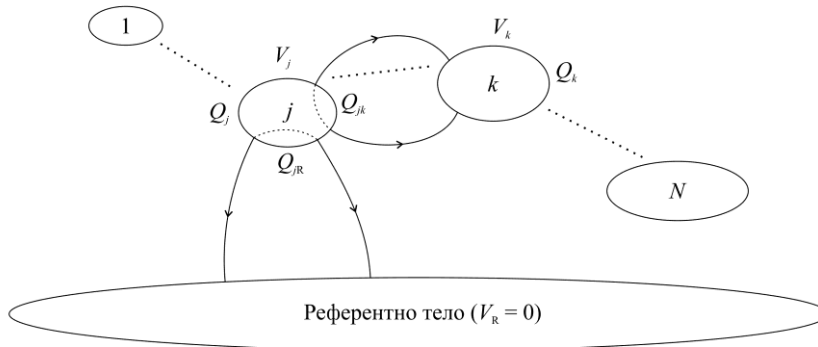


**ОДГОВОРИ НА ПИТАЊА И РЕШЕЊА ЗАДАТАКА СА
ИСПИТА ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОФ, ОЕ, ОС, ИР),
ОДРЖАНОГ 5. ФЕБРУАРА 2019. ГОДИНЕ**

ПИТАЊА

1. (a) $a_{jk} = \frac{V_j}{Q_k} \Big|_{Q_i=0, i=1,\dots,N, i \neq k}$, $j=1,\dots,N$, $k=1,\dots,N$. (б) $b_{jk} = \frac{Q_j}{V_k} \Big|_{V_i=0, i=1,\dots,N, i \neq k}$, $j=1,\dots,N$, $k=1,\dots,N$.

(в) Сопствене капацитивности: $C_{jj} = \frac{Q_{jR}}{V_j} = \sum_{k=1}^N b_{jk}$, $j=1,\dots,N$, где је Q_{jR} наелектрисање на делу тела j са кога полазе линије поља ка референтном телу. Међусобне капацитивности: $C_{jk} = \frac{Q_{jk}}{V_j - V_k} = -b_{jk}$, $j=1,\dots,N$, $k=1,\dots,N$, $j \neq k$, где је Q_{jk} наелектрисање на делу тела j са кога полазе линије поља ка телу k .



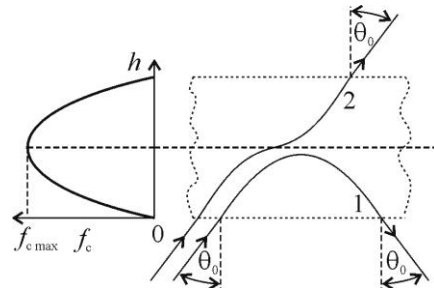
2. (a) $V(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{\rho(\mathbf{r}', t)}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} dv$, $\mathbf{A}(\mathbf{r}, t) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{\mathbf{J}(\mathbf{r}', t)}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} dv$. (б) $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = -\text{grad} V(\mathbf{r}, t) - \frac{\partial \mathbf{A}(\mathbf{r}, t)}{\partial t}$, $\mathbf{B}(\mathbf{r}, t) = \text{rot} \mathbf{A}(\mathbf{r}, t)$.

3. а) $E = \sqrt{14} E_0$. (б) $E_{\min} = 0$. (в) $E_{\max} = 2\sqrt{7} E_0$. (г) Вектор је линијски поларизован.

4. $\alpha = \beta = \sqrt{\pi\mu_0} f \sigma$.

5. $P_{\max} = \frac{1}{120\Omega} a^2 E_{kr}^2 \sqrt{\epsilon_r} \ln \frac{b}{a}$.

6. При уласку у јоносферу талас се повија ка нормали. Ако је на било којој висини испуњен услов $f_c = f \cos\theta_0$, талас се повија надоле (пре достизања висине на којој је $f_c = f_{c\max}$) и излази под истим углом под којим је ушао у јоносферу (путања 1). У противном, ако важи $f_{c\max} < f \cos\theta_0$, талас се након достизања висине на којој је $f_c = f_{c\max}$ повија ка нормали, пролази кроз јоносферу и напушта је под истим углом под којим је ушао у јоносферу (путања 2).



ЗАДАЦИ

1. (a) $\underline{\mathbf{E}}_0 = E e^{-j\beta_0 z} \left(1 + \frac{1 - \sqrt{\epsilon_r}}{1 + \sqrt{\epsilon_r}} e^{j2\beta_0 z} \right) \mathbf{i}_x$, $\underline{\mathbf{H}}_0 = \frac{E}{Z_0} e^{-j\beta_0 z} \left(1 - \frac{1 - \sqrt{\epsilon_r}}{1 + \sqrt{\epsilon_r}} e^{j2\beta_0 z} \right) \mathbf{i}_y$, $\underline{\mathbf{E}} = E \frac{2}{1 + \sqrt{\epsilon_r}} e^{-j\beta_0 \sqrt{\epsilon_r} z} \mathbf{i}_x$,

$\underline{\mathbf{H}} = \frac{E \sqrt{\epsilon_r}}{Z_0} \frac{2}{1 + \sqrt{\epsilon_r}} e^{-j\beta_0 \sqrt{\epsilon_r} z} \mathbf{i}_y$, $Z_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}}$, $\beta_0 = 2\pi f \sqrt{\mu_0 \epsilon_0}$. (б) $E = 0,2 \frac{V}{m}$, $H = 1,59 \frac{mA}{m}$.

2. (a) $E_2 \approx \frac{120 \Omega}{r} I \sin(2\pi f \sqrt{\epsilon_0 \mu_0} h \sin\theta) \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2} \cos\theta\right)}{\sin\theta}$, где је $r = \sqrt{d^2 + (H-h)^2}$ и $\theta = \arccos \frac{d}{r}$. (б) $P_p \approx 12,78 \mu W$.

- РЕЗУЛТАТИ ИСПИТА ЋЕ БИТИ ОБЈАВЉЕНИ ДО 12. ФЕБРУАРА У 15:00 ЧАСОВА.
- УВИД У ЗАДАТКЕ (У СОБИ 63) ЈЕ 12. ФЕБРУАРА ОД 15:00 ДО 15:30 ЧАСОВА.

Са предмета Електромагнетика