

# ИСПИТ ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОФ, ОЕ, ОС, ИР)

29. јун 2019.

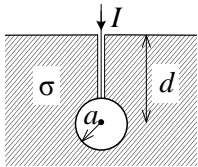
**Напомене.** Испит траје 180 минута и ради се самостално. Није дозвољено напуштање сале 60 минута од почетка испита. Писати искључиво хемијском оловком. Дозвољена је употреба непрограмабилних калкулатора. Дозвољена је употреба само овога папира и једне вежбанке, који се морају предати. Питања радити искључиво на овоме папиру, а задатке искључиво у вежбанци. Коначне одговоре на питања и тражена извођења уписати у одговарајуће кућице, учртати у дијаграме или заокружити понуђене одговоре. Одговори без извођења се неће признати. Свако питање носи по 5 поена, а задатак по 20 поена.

**Попунити податке о кандидату у следећој табели. Исте податке написати и на омоту вежбанке.**

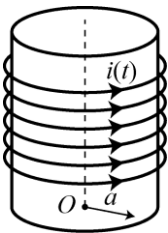
ПОДАЦИ О КАНДИДАТУ (попуњава кандидат)							КОЛОКВИЈУМ				
Индекс година/број		Презиме и име									
/							ИСПИТ				
ПИТАЊА					ЗАДАЦИ						
1.	2.	3.	4.	5.	6.	Укупно	1.	2.	Укупно	УКУПНО ПОЕНА	ОЦЕНА

## ПИТАЊА

1. Сферни уземљивач, полупречника  $a$ , налази се на дубини  $d \gg a$  у хомогеној земљи специфичне проводности  $\sigma$ . Ако је позната стална струја уземљивача  $I$ , одредити тангенцијалну компоненту вектора јачине електричног поља у ваздуху, непосредно изнад површи земље.



2. На слици је приказан део врло дугачког соленоида у ваздуху, полупречника попречног пресека  $a$ , у чијим завојцима, подужне густине  $N'$ , постоји споропроменљива струја јачине  $i(t)$ . (а) Полазећи од израза за магнетски вектор-потенцијал, показати како изгледају линије индукованог електричног поља у соленоиду. (б) Одредити интензитет вектора јачине индукованог електричног поља у соленоиду и ван њега.



(а)	(б)
-----	-----

3. (а) Написати потпуни систем Максвелових једначина за брзопроменљиво електромагнетско поље у вакууму, у диференцијалном облику. (б) Полазећи од тих израза, извести таласну једначину за вектор јачине електричног поља.

(а)	(б)
-----	-----

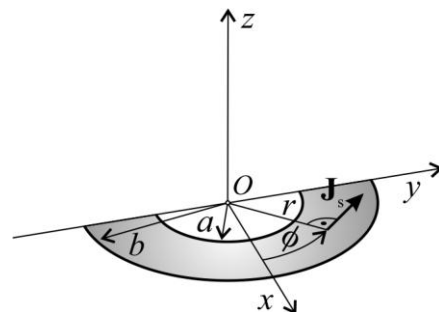
4. Раван униформан простопериодичан кружно поларизован ТЕМ талас, учестаности  $f$ , простире се у вакууму у смеру  $+z$ -осе. Вектор јачине магнетског поља овог таласа има ефективну вредност  $H_0$ , десно је поларизован и у тренутку  $t = 0$ , у координатном почетку, лежи на  $+y$ -оси. У Декартовом координатном систему написати израз за комплексни вектор јачине електричног поља овог таласа.

5. Коаксијални вод, задатог спољашњег полупречника  $b$ , начињен је од доброг проводника и испуњен је савршеним диелектриком. Одредити однос полупречника проводника вода тако да коефицијент слабљења буде минималан.

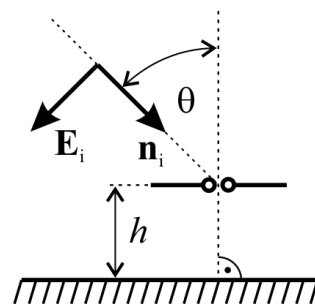
6. На улаз вода, карактеристичне импедансе  $Z_c = 50 \Omega$  и времена простирања кроз вод  $\tau = 1 \text{ ns}$ , прикључен је напонски генератор прилагођен на вод, чији напон има облик Хевисајдовога импулса амплитуде  $E = 5 \text{ V}$ , док је на излаз вода прикључена редна веза калема индуктивности  $L = 0,5 \mu\text{H}$  и отпорника отпорности  $R = 25 \Omega$ . Израчунати напон на улазу у вод у тренутку  $t = 3,5 \text{ ns}$ .

### ЗАДАЦИ

1. У вакууму постоји струја високе учестаности само по површи исечка кружног прстена, унутрашњег полупречника  $a$  и спољашњег полупречника  $b$ , као на слици. Вектор густине површинске струје у цилиндричном координатном систему дат је изразом  $\mathbf{J}_s(r, \phi, t) = \sqrt{2} J_{s0} \cos \phi \cos \omega t \mathbf{i}_\phi$ ,  $a \leq r \leq b$ ,  $-\pi/2 \leq \phi \leq \pi/2$ , где су  $J_{s0}$  и  $\omega$  познате константе. Одредити, у комплексном облику, изразе за (а) расподелу наелектрисања исечка и (б) вектор јачине индукованог електричног поља у тачкама на  $z$ -оси.



2. Пријемни полуталасни дипол постављен је у вакууму, хоризонтално изнад савршено проводне равни. На место пријема стиже инцидентни линијски поларизован раван униформан простопериодичан ТЕМ талас, ефективне вредности електричног поља  $E$  и учестаности  $f$ , под углом  $\theta$  у односу на вертикалу, као на слици. Вектор јачине електричног поља инцидентног таласа  $\mathbf{E}_i$ , јединични вектор правца и смера простирања инцидентног таласа  $\mathbf{n}_i$  и дипол леже у истој равни. (а) Сматрајући да је антена на висини  $h$  изнад савршено проводне равни, одредити израз за ефективну вредност електромоторне силе индуковане у диполу. (б) Одредити све могуће вредности  $h$  за које је ефективна вредност електромоторне силе индуковане у диполу максимална. (в) Ако су познати  $E = 0,8 \text{ V/m}$ ,  $f = 945 \text{ MHz}$ ,  $\theta = 50^\circ$  и  $h$  одређено у претходној тачки, израчунати снагу коју пријемни дипол предаје прилагођеном пријемнику. Сматрати да је дипол без губитака.



**Напомена:** у цилиндричном координатном систему је:

$$\text{div } \mathbf{A} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r A_r) + \frac{1}{r} \frac{\partial A_\phi}{\partial \phi} + \frac{\partial A_z}{\partial z}.$$

**ОДГОВОРИ НА ПИТАЊА И РЕШЕЊА ЗАДАТАКА СА  
ИСПИТА ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОФ, ОЕ, ОС, ИР),  
ОДРЖАНОГ 29. ЈУНА 2019. ГОДИНЕ**

**ПИТАЊА**

1.  $\mathbf{E}_{\text{tan}}(r) = \frac{I}{2\pi\sigma} \frac{r}{(r^2 + d^2)^{3/2}} \mathbf{i}_r$ , где је  $r$  радијално растојање посматране тачке од тачке где проводник уземљивача улази у земљу, а  $\mathbf{i}_r$  је одговарајући радијални орт.

2. (а) Линије индукваног електричног поља су кружнице са центром на оси соленоида. (б)  $|\mathbf{E}_{\text{ind}}(r)| = \frac{\mu_0 N' r}{2} \left| \frac{di(t)}{dt} \right|$ ,  
 $0 \leq r < a$ ,  $|\mathbf{E}_{\text{ind}}(r)| = \frac{\mu_0 N' a^2}{2} \left| \frac{di(t)}{dt} \right| \frac{1}{r}$ ,  $a < r$ .

3. (а)  $\text{rot} \mathbf{E} = -\mu_0 \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t}$ ,  $\text{rot} \mathbf{H} = \epsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}$ ,  $\text{div} \mathbf{E} = 0$ ,  $\text{div} \mathbf{H} = 0$ . (б)  $\Delta \mathbf{E} - \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = 0$ .

4.  $\mathbf{E} = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \frac{H_0}{\sqrt{2}} (\mathbf{i}_x - \mathbf{j}_y) e^{-j\beta z}$ ,  $\beta = 2\pi f \sqrt{\epsilon_0 \mu_0}$ .

5.  $\frac{b}{a} \approx 3,59$ .

6.  $u(t = 3,5 \text{ ns}) \approx 4,33 \text{ V}$ .

**ЗАДАЦИ**

1. (а)  $\rho_{-s} = -j \frac{J_{s0} \sin \phi}{\omega} \frac{1}{r}$ , (б)  $\mathbf{E}_{\text{ind}} = \frac{\mu_0 \omega J_{s0}}{8\beta} \left( e^{-j\beta \sqrt{z^2 + b^2}} - e^{-j\beta \sqrt{z^2 + a^2}} \right) \mathbf{i}_y$ ,  $\beta = \omega \sqrt{\epsilon_0 \mu_0}$ .

2. (а)  $\epsilon = 2 \frac{c_0}{\pi f} E \left| \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2} \sin \theta\right)}{\cos \theta} \sin\left(2\pi \frac{f}{c_0} h \cos \theta\right) \right|$ . (б)  $h_k = \frac{c_0}{4f \cos \theta} (2k + 1)$ ,  $k = 0, 1, 2, \dots$  (в)  $P_p \approx 28 \mu\text{W}$  ( $\epsilon = 90,37 \text{ mV}$ ).

- РЕЗУЛТАТИ ИСПИТА ЋЕ БИТИ ОБЈАВЉЕНИ ДО 5. ЈУЛА У 14:30 ЧАСОВА.
- УВИД У ЗАДАТКЕ (У СОБИ 63) ЈЕ 5. ЈУЛА ОД 14:30 ДО 15:00 ЧАСОВА.

Са предмета Електромагнетика