

ИСПИТ ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОФ, ОЕ, ОС, ИР)

13. јун 2020.

Напомене. Испит траје 180 минута и ради се самостално. Није дозвољено напуштање сале 60 минута од почетка испита. Писати искључиво хемијском оловком. Дозвољена је употреба непрограмабилних калкулатора. Дозвољена је употреба само овога папира и једне вежбанке, који се морају предати. Питања радити искључиво на овоме папиру, а задатке искључиво у вежбанци. Коначне одговоре на питања и тражена извођења уписати у одговарајуће кућице, учртати у дијаграме или заокружити понуђене одговоре. Одговори без извођења се неће признати. Свако питање носи по 5 поена, а задатак по 20 поена.

Попунити податке о кандидату у следећој табели. Исте податке написати и на омоту вежбанке.

ПОДАЦИ О КАНДИДАТУ (попуњава кандидат)							КОЛОКВИЈУМ				
Индекс година/број		Презиме и име									
/							ИСПИТ				
ПИТАЊА						ЗАДАЦИ					
1.	2.	3.	4.	5.	6.	Укупно	1.	2.	Укупно	УКУПНО ПОЕНА	ОЦЕНА

ПИТАЊА

1. (а) Написати потпуни систем Максвелових једначина за брзопроменљиво електромагнетско поље у вакууму (у диференцијалном облику). (б) Полазећи од тих израза, извести таласну једначину за вектор јачине магнетског поља.

(а)	(б)
-----	-----

2. У свакој тачки домена v' у вакууму, у којем постоји брзопроменљиво електромагнетско поље, познати су запреминска густина наелектрисања $\rho(\mathbf{r}', t)$ и вектор густине запреминске струје $\mathbf{J}(\mathbf{r}', t)$, где је \mathbf{r}' вектор положаја посматране тачке. У тачки са вектором положаја \mathbf{r} написати изразе за (а) електрични скалар-потенцијал $V(\mathbf{r}, t)$ и (б) магнетски вектор-потенцијал $\mathbf{A}(\mathbf{r}, t)$.

(а)	(б)
-----	-----

3. Раван униформан простопериодичан **кружно** поларизован ТЕМ талас, учестаности f , простире се у вакууму у смеру z -осе. Вектор јачине електричног поља овог таласа има ефективну вредност E_0 , лево је поларизован и у тренутку $t = 0$, у координатном почетку, лежи на y -оси. У Декартовом координатном систему написати израз за комплексни вектор јачине електричног поља овог таласа.

4. Коаксијални вод, унутрашњег полупречника $a = 1 \text{ mm}$ и спољашњег полупречника $b = 3,5 \text{ mm}$, испуњен је савршеним диелектриком релативне пермитивности $\epsilon_r = 2,25$, а проводници су му пермеабилности μ_0 и специфичне проводности $\sigma = 57 \text{ MS/m}$. Полазећи од израза за коефицијент слабљења при малим губицима, израчунати колико пута опадне снага ТЕМ таласа, учестаности $f = 9 \text{ GHz}$, при простирању кроз део оваквог коаксијалног вода дужине $d = 5,5 \text{ m}$.

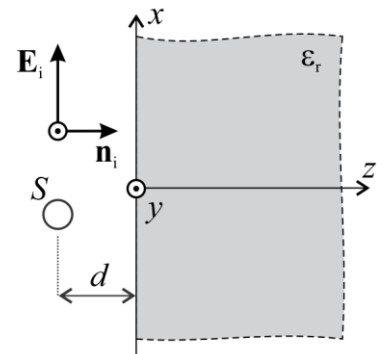
5. На улаз вода без губитака, карактеристичне импедансе $Z_c = 50 \Omega$ и времена простирања кроз вод $\tau = 1 \text{ ns}$, прикључен је напонски генератор прилагођен на вод, чији напон има облик Хевисајдовога импулса амплитуде $E = 12 \text{ V}$, док је на излаз вода прикључен кондензатор капацитивности $C = 120 \text{ pF}$. Одредити израз за напон на улазу у вод и израчунати га у тренутку $t = 4,5 \text{ ns}$.

6. Како се дефинишу (а) усмереност (директивност) и (б) добитак (појачање) антене.

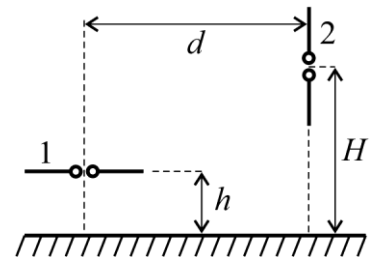
(а)	(б)
-----	-----

ЗАДАЦИ

1. Инцидентни линијски поларизован раван униформан простопериодичан ТЕМ талас, ефективне вредности електричног поља $E = 0,7 \text{ V}$ и учестаности $f = 950 \text{ MHz}$, наилази из вакуума нормално на бесконачну равну раздвојну површ са савршеним хомогеним диелектриком, релативне пермитивности $\epsilon_r = 3,5$ и пермеабилности μ_0 . Инцидентни талас се постире у правцу и смеру орта $\mathbf{n}_i = \mathbf{i}_z$, а његов вектор јачине електричног поља \mathbf{E}_i паралелан је x -оси Декартовог координатног система, као на слици. Електрички мала контура површине $S = 2,5 \text{ cm}^2$ лежи у вакууму, у xz -равни, на растојању d од раздвојне површи. (а) Одредити израз за комплексни вектор јачине магнетског поља у вакууму. (б) Одредити све могуће вредности $d > 0$ за које је ефективна вредност електромоторне силе индуковане у контури максимална и израчунати најмању од њих. (в) Израчунати ефективну вредност електромоторне силе индуковане у контури за d израчунато у претходној тачки.



2. Предајни полуталасни дипол (1) постављен је хоризонтално, на висини $h = 1,6 \text{ m}$ изнад савршено проводне равни. На хоризонталном растојању $d = 625 \text{ m}$ од предајног дипола и на висини $H = 830 \text{ m}$ изнад савршено проводне равни налази се вертикални пријемни полуталасни дипол (2), као на слици. Предајни дипол 1 се напаја простопериодичном струјом учестаности $f = 2,4 \text{ GHz}$ и ефективне вредности $I = 40 \text{ mA}$. (а) Одредити израз за ефективну вредност електричног поља на месту пријемног дипола 2 и израчунати је. (б) Одредити израз за ефективну вредност електромоторне силе која се индукује у пријемном диполу 2 и израчунати је. Околна средина је ваздух. (Користити услов $H, d \gg h$.)



**ОДГОВОРИ НА ПИТАЊА И РЕШЕЊА ЗАДАТАКА СА
ИСПИТА ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОФ, ОЕ, ОС, ИР),
ОДРЖАНОГ 13. ЈУНА 2020. ГОДИНЕ**

ПИТАЊА

1. (a) $\text{rot } \mathbf{E} = -\mu_0 \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t}$, $\text{rot } \mathbf{H} = \varepsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}$, $\text{div } \mathbf{E} = 0$, $\text{div } \mathbf{H} = 0$. (б) $\Delta \mathbf{H} - \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial t^2} = 0$.

2. (a) $V(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \int \frac{\rho(\mathbf{r}', t - \sqrt{\varepsilon_0\mu_0} |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|) dv'}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|}$. (б) $\mathbf{A}(\mathbf{r}, t) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{\mathbf{J}(\mathbf{r}', t - \sqrt{\varepsilon_0\mu_0} |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|) dv'}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|}$.

3. $\underline{\mathbf{E}} = \frac{E_0}{\sqrt{2}} (-j \mathbf{i}_x + \mathbf{i}_y) e^{-j\beta z}$, $\beta = 2\pi f \sqrt{\varepsilon_0\mu_0}$.

4. Снага опадне $\frac{P(0)}{P(d)} = e^{2\alpha d} = 1,75$ пута (односно за 2,44 dB), где је $\alpha = \frac{R'}{2Z_c}$, $R' = \frac{R_s}{2\pi} \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right)$, $R_s = \sqrt{\frac{\pi\mu_0 f}{\sigma}}$ и

$$Z_c = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0\varepsilon_r}} \ln \frac{b}{a}.$$

5. $u(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ 0,5Eh(t), & 0 \leq t < 2\tau \\ 0,5Eh(t) - 0,5Eh(t - 2\tau) + E(1 - e^{-(t-2\tau)/CZ_c}), & t \geq 2\tau \end{cases}$,

$u(t = 4,5 \text{ ns}) = 4,089 \text{ V}$.

6. (a) $D(\theta, \phi) = \frac{4\pi I_{zr}(\theta, \phi)}{P_z}$, где је $I_{zr}(\theta, \phi)$ интензитет зрачења антене у посматраном правцу, а P_z снага зрачења антене.

(б) $G(\theta, \phi) = \frac{4\pi I_{zr}(\theta, \phi)}{P_a}$, где је P_a снага доведена на антену.

ЗАДАЦИ

1. (a) $\underline{\mathbf{H}}_0 = \frac{E}{Z_0} e^{-j\beta_0 z} \left(1 - \frac{1 - \sqrt{\varepsilon_r}}{1 + \sqrt{\varepsilon_r}} e^{j2\beta_0 z} \right) \mathbf{i}_y$, $Z_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}$, $\beta_0 = 2\pi f \sqrt{\mu_0\varepsilon_0}$. (б) $d_k = k \frac{\pi}{\beta_0}$, $k = 1, 2, \dots$, $d_1 = \frac{\pi}{\beta_0} = 0,158 \text{ m}$.

(в) $\varepsilon(d_1) = 2\pi f \mu_0 \frac{E}{Z_0} \left(1 - \frac{1 - \sqrt{\varepsilon_r}}{1 + \sqrt{\varepsilon_r}} \right) S = 4,538 \text{ mV}$.

2. (a) $E_2 \approx \frac{120 \Omega}{r} I \sin(2\pi f \sqrt{\varepsilon_0\mu_0} h \sin \theta) \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2} \cos \theta\right)}{\sin \theta} = 3,34 \frac{\text{mV}}{\text{m}}$, где је $r = \sqrt{d^2 + (H - h)^2}$ и $\theta = \arccos \frac{d}{r}$.

(б) $\varepsilon_2 = \frac{1}{\pi f \sqrt{\varepsilon_0\mu_0}} E_2 \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2} \sin \theta\right)}{\cos \theta} = 68,7 \mu\text{V}$.

• РЕЗУЛТАТИ ИСПИТА ЋЕ БИТИ ОБЈАВЉЕНИ ДО 19. ЈУНА У 18:00 ЧАСОВА.

• УВИД У ЗАДАТКЕ (У СОБИ 63) ЈЕ 19. ЈУНА ОД 18:00 ДО 18:30 ЧАСОВА.

Са предмета Електромагнетика