

ИСПИТ ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОФ, ОЕ, ОС, ИР)

19. август 2020.

Напомене. Испит траје 180 минута и ради се самостално. Није дозвољено напуштање сале 60 минута од почетка испита. Писати искључиво хемијском оловком. Дозвољена је употреба непрограмабилних калкулатора. Дозвољена је употреба само овога папира и једне вежбанке, који се морају предати. Питања радити искључиво на овоме папиру, а задатке искључиво у вежбанци. Коначне одговоре на питања и тражена извођења уписати у одговарајуће кућице, учртати у дијаграме или заокружити понуђене одговоре. Одговори без извођења се неће признати. Свако питање носи по 5 поена, а задатак по 20 поена.

Попунити податке о кандидату у следећој табели. Исте податке написати и на омоту вежбанке.

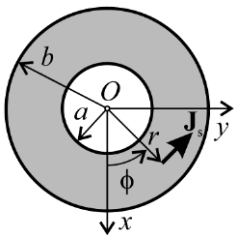
ПОДАЦИ О КАНДИДАТУ (попуњава кандидат)							КОЛОКВИЈУМ				
Индекс година/број		Презиме и име									
/							ИСПИТ				
ПИТАЊА					ЗАДАЦИ						
1.	2.	3.	4.	5.	6.	Укупно	1.	2.	Укупно	УКУПНО ПОЕНА	ОЦЕНА

ПИТАЊА

1. (а) Написати математички исказ Поинтингове теореме у домену v , ограниченом површи S и објаснити значење сваког члана. Домен је испуњен савршеним линеарним хомогеним диелектриком пермитивности ϵ и пермеабилности μ , а у свакој тачки домена познат је вектор побудних струја \mathbf{J}_i . (б) Претходни израз написати за случај када је површ S прекривена бесконачно танком, савршено проводном фолијом.

(а)	(б)
-----	-----

2. У вакууму постоји брзопроменљива струја само по површи кружног прстена, унутрашњег полупречника a и спољашњег полупречника b , као на слици. Вектор густине површинске струје, у цилиндричном координатном систему, дат је изразом $\mathbf{J}_s(r, \phi, t) = \sqrt{2} J_{s0} \sin \phi \cos(\omega t) \mathbf{i}_\phi$, где су J_{s0} и ω константе. Одредити, у комплексном облику, израз за расподелу наелектрисања исечка.



3. Комплексни представник вектора јачине електричног поља простопериодичног ТЕМ таласа у посматраној тачки је $\underline{\mathbf{E}} = (\mathbf{i}_x + \sqrt{5}\mathbf{i}_y + j2\mathbf{i}_z) \text{ V/m}$. Израчунати (а) максималну и (б) минималну вредност интензитета овог вектора. (в) Како је поларизован овај вектор? Образложити одговор.

(а)	(б)	(в)
-----	-----	-----

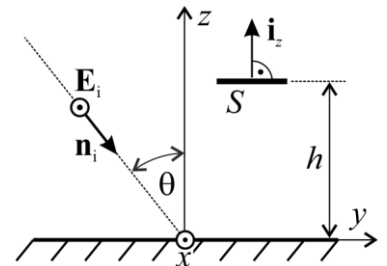
4. Коаксијални вод, унутрашњег полупречника a и спољашњег полупречника b , испуњен је савршеним диелектриком релативне пермитивности ϵ_r , а проводници су му пермеабилности μ_0 и специфичне проводности σ . Полазећи од израза за коефицијент слабљења при малим губицима, израчунати при ком ће односу спољашњег и унутрашњег полупречника b/a , за задато b , тај коефицијент слабљења бити минималан.

5. На улаз вода без губитака, карактеристичне импедансе $Z_c = 50 \Omega$ и времена простирања кроз вод $\tau = 1 \text{ ns}$, прикључен је напонски генератор прилагођен на вод, чији напон има облик Хевисајдовога импулса амплитуде $E = 9 \text{ V}$, док је на излаз вода прикључена редна веза калема индуктивности $L = 30 \text{ nH}$ и отпорника отпорности $R = 10 \Omega$. Одредити израз за напон на улазу у вод и израчунати га у тренутку $t = 4,5 \text{ ns}$.

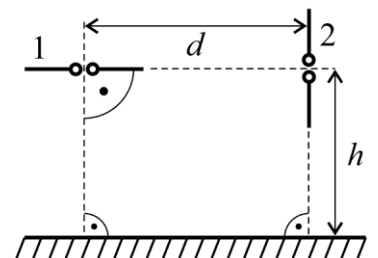
6. Примопредајни систем чине две идентичне антене у вакууму, оријентисане у простору тако да су им поларизације усклађене и пренос снаге између њих максималан. На предајну антену доводи се снага $P_a = 1,2 \text{ W}$ из генератора простопериодичне струје учестаности $f = 60 \text{ GHz}$. Ако је појачање обе антене $G = 16 \text{ dBi}$, а растојање између антена $r = 750 \text{ m}$, применом Friis-ове формуле израчунати снагу коју пријемна антена предаје прилагођеном пријемнику.

ЗАДАЦИ

1. Инцидентни простопериодичан униформан линијски поларизован TEM талас, ефективне вредности електричног поља E и учестаности f , простира се у вакууму у правцу и смеру орта \mathbf{n}_i и наилази на бесконачну савршено проводну раван, под углом θ у односу на нормалу на раван. У вакууму је постављена електрички мала контура површине S , тако да јој је центар на висини h изнад равни. Вектор јачине електричног поља \mathbf{E}_i има само x -компоненту, вектор \mathbf{n}_i лежи у yz -равни, површ контуре нормална је на z -осу, а проводна раван лежи у xy -равни Декартовог координатног система, као на слици. Одредити, у координатном систему са слике, комплексне векторе (а) резултантног електричног и магнетског поља изнад савршено проводне равни и (б) густине струје на савршено проводној равни (произвољно усвојити почетну фазу поља). Одредити (в) израз за ефективну вредност електромоторне силе индуковане у контури и (г) висину h тако да та ефективна вредност буде максимална.



2. Предајни полуталасни дипол (1) постављен је хоризонтално, на висини $h = 160 \text{ m}$ изнад савршено проводне равни. На хоризонталном растојању $d = 220 \text{ m}$ од предајног дипола, на истој висини изнад савршено проводне равни, налази се вертикални пријемни полуталасни дипол (2), као на слици. Предајни дипол 1 се напаја простопериодичном струјом учестаности $f = 2,4 \text{ GHz}$ и ефективне вредности $I = 35 \text{ mA}$. (а) Одредити израз за ефективну вредност електричног поља на месту пријемног дипола 2 и израчунати је. (б) Одредити израз за ефективну вредност електромоторне силе која се индукује у пријемном диполу 2 и израчунати је. Околна средина је ваздух.



Напомена: у цилиндричном координатном систему је $\text{div } \mathbf{A} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rA_r) + \frac{1}{r} \frac{\partial A_\phi}{\partial \phi} + \frac{\partial A_z}{\partial z}$.

**ОДГОВОРИ НА ПИТАЊА И РЕШЕЊА ЗАДАТАКА СА
ИСПИТА ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОФ, ОЕ, ОС, ИР),
ОДРЖАНОГ 19. АВГУСТА 2020. ГОДИНЕ**

ПИТАЊА

$$1. (a) \int_V -\mathbf{J}_i \cdot \mathbf{E} \, dv = \overbrace{\frac{\partial}{\partial t} \int_V \left(\frac{1}{2} \varepsilon |\mathbf{E}|^2 + \frac{1}{2} \mu |\mathbf{H}|^2 \right) dv}^{\text{Брзина промене ЕМ енергије у домену}} + \overbrace{\oint_S (\mathbf{E} \times \mathbf{H}) \cdot d\mathbf{S}}^{\text{Брзина размене ЕМ енергије са околином}} \cdot (b) \int_V -\mathbf{J}_i \cdot \mathbf{E} \, dv = \overbrace{\frac{\partial}{\partial t} \int_V \left(\frac{1}{2} \varepsilon |\mathbf{E}|^2 + \frac{1}{2} \mu |\mathbf{H}|^2 \right) dv}^{\text{Брзина промене ЕМ енергије у домену}} .$$

$$2. \rho_s = j \frac{J_{s0}}{\omega} \cos \phi \frac{1}{r} .$$

$$3. (a) E_{\max} = 2\sqrt{3} \text{ V/m} \text{ и } (b) E_{\min} = 2\sqrt{2} \text{ V/m} . (в) \text{ Вектор је елиптички поларизован, јер је } E_{\max} \neq E_{\min} \text{ и } E_{\min} > 0 .$$

$$4. \frac{b}{a} \approx 3,591 .$$

$$5. u(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ 0,5Eh(t), & 0 \leq t < 2\tau \\ 0,5Eh(t) - 0,5Eh(t-2\tau) + \frac{R}{R+Z_c} E + \frac{Z_c}{R+Z_c} E e^{-(t-2\tau)/\left(\frac{L}{R+Z_c}\right)}, & t \geq 2\tau \end{cases} ,$$

$$u(t = 4,5 \text{ ns}) = 1,550 \text{ V} .$$

$$6. P_{\text{pr}} = 535,28 \text{ pW} .$$

ЗАДАЦИ

$$1. (a) \underline{\mathbf{E}}_{\text{rez}} = j2E \sin(\beta z \cos \theta) e^{-j\beta y \sin \theta} \mathbf{i}_x, \underline{\mathbf{H}}_{\text{rez}} = -2 \frac{E}{Z_0} \cos \theta \cos(\beta z \cos \theta) e^{-j\beta y \sin \theta} \mathbf{i}_y - j2 \frac{E}{Z_0} \sin \theta \sin(\beta z \cos \theta) e^{-j\beta y \sin \theta} \mathbf{i}_z ,$$

$$Z_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}, \beta = 2\pi f \sqrt{\mu_0 \varepsilon_0} . (b) \underline{\mathbf{J}}_s = 2 \frac{E}{Z_0} \cos \theta e^{-j\beta y \sin \theta} \mathbf{i}_x . (в) \varepsilon = 2\beta E \sin \theta |\sin(\beta h \cos \theta)| S . (г) h_k = (2k+1) \frac{\pi}{2\beta \cos \theta}, k = 0, 1, \dots$$

$$2. (a) E_1 = \frac{Z_0}{2\pi} I \frac{F_1}{r} = \frac{60 \Omega}{r} I \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2} \cos \theta\right)}{\sin \theta} = 4,13 \frac{\text{mV}}{\text{m}}, \text{ где је } r = \sqrt{d^2 + (2h)^2} \text{ и } \theta = \arccos \frac{d}{r} \left(F_1 = \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2} \cos \theta\right)}{\sin \theta} = 0,764 \right) .$$

$$(б) \varepsilon_2 = \frac{\lambda}{\pi} E_1 F_2 = \frac{1}{\pi f \sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} E_1 \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2} \sin \theta\right)}{\cos \theta} = 79,2 \mu\text{V} \left(F_2 = \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2} \sin \theta\right)}{\cos \theta} = 0,482 \right) .$$

- РЕЗУЛТАТИ ИСПИТА БИЋЕ ОБЈАВЉЕНИ ДО 26. АВГУСТА У 23.59 ЧАСОВА НА САЈТУ ЗА ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКУ.
- УВИД У ЗАДАТКЕ (У СОБИ 63) ЈЕ 27. АВГУСТА ОД 18.00 ДО 18.30 ЧАСОВА.

Са предмета Електромагнетика