

ИСПИТ ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОФ, ОЕ, ОС, ИР)

25. август 2021.

Напомене. Испит траје 180 минута и ради се самостално. Није дозвољено напуштање сале 60 минута од почетка испита. Писати искључиво хемијском оловком са плавим или црним мастилом. Дозвољена је употреба непрограмабилних калкулатора. Дозвољена је употреба само овога папира и једне вежбанке, који се морају предати. Питања радити искључиво на овоме папиру, а задатке искључиво у вежбанци. Коначне одговоре на питања и тражена извођења уписати у одговарајуће кућице, учртати у дијаграме или заокружити понуђене одговоре. Одговори без извођења се неће признати. Свако питање носи по 5 поена, а задатак по 20 поена.

Попунити податке о кандидату у следећој табели. Исте податке написати и на омоту вежбанке.

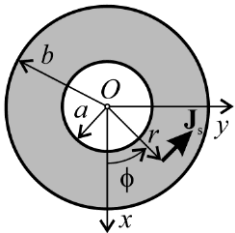
ПОДАЦИ О КАНДИДАТУ (попуњава кандидат)							КОЛОКВИЈУМ				
Индекс година/број		Презиме и име									
/							ИСПИТ				
ПИТАЊА					ЗАДАЦИ						
1.	2.	3.	4.	5.	6.	Укупно	1.	2.	Укупно	УКУПНО ПОЕНА	ОЦЕНА

ПИТАЊА

1. (а) Написати потпуни систем Максвелових једначина за брзопроменљиво електромагнетско поље у вакууму, у диференцијалном облику. (б) Полазећи од тих израза, извести таласну једначину за вектор јачине магнетског поља.

(а)	(б)
-----	-----

2. У вакууму постоји брзопроменљива струја само по површи кружног прстена, унутрашњег полупречника a и спољашњег полупречника b , као на слици. Вектор густине површинске струје, у цилиндричном координатном систему, дат је изразом $\mathbf{J}_s(r, \phi, t) = \sqrt{2} J_{s0} r \cos(2\phi) \cos(\omega t) \mathbf{i}_\phi$, где су J_{s0} и ω константе и $a \leq r \leq b$, $-\pi < \phi \leq \pi$. Одредити, у комплексном облику, израз за расподелу наелектрисања кружног прстена.



3. Комплексни представник вектора јачине електричног поља простопериодичног TEM таласа у посматраној тачки је $\underline{\mathbf{E}} = (j5\mathbf{i}_x + j4\mathbf{i}_y + j3\mathbf{i}_z) \text{ V/m}$. Израчунати (а) максималну и (б) минималну вредност интензитета овог вектора. (в) Како је поларизован овај вектор? Образложити одговор.

(а)	(б)	(в)
-----	-----	-----

4. Коаксијални вод, унутрашњег полупречника $a = 0,25 \text{ mm}$ и спољашњег полупречника $b = 1,1 \text{ mm}$, испуњен је савршеним диелектриком релативне пермитивности $\epsilon_r = 3,1$, а проводници су му пермеабилности μ_0 и специфичне проводности $\sigma = 59 \text{ MS/m}$. Израчунати колико пута опадне снага TEM таласа, учестаности $f = 60 \text{ GHz}$, при простирању кроз део оваквог коаксијалног вода дужине $d = 700 \text{ mm}$.

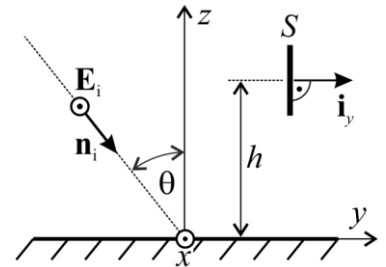
5. На улаз вода без губитака, карактеристичне импедансе $Z_c = 50 \Omega$ и времена простирања кроз вод $\tau = 1 \text{ ns}$, прикључен је напонски генератор прилагођен на вод, чији напон има облик Хевисајдовога импулса амплитуде $E = 5 \text{ V}$, док је на излаз вода прикључена редна веза калема индуктивности $L = 400 \text{ nH}$ и отпорника отпорности $R = 150 \Omega$. Полазећи од еквивалентних реалних напонских генератора којима се вод може заменити на страни побудног генератора, односно на страни пријемника, одредити израз за напон на улазу у вод и израчунати га у тренутку $t = 3,5 \text{ ns}$.

6. (а) Написати дефинициони израз за снагу зрачења антене и објаснити значење свих коришћених величина. (б) Полазећи од претходног израза, извести израз за рачунање снаге зрачења коришћењем карактеристичне функције зрачења и референтне струје антене.

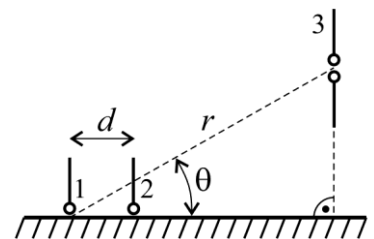
(а)	(б)
-----	-----

ЗАДАЦИ

1. Инцидентни простопериодичан униформан линијски поларизован ТЕМ талас, ефективне вредности електричног поља E и учестаности f , простире се у вакууму у правцу и смеру орта \mathbf{n}_i и наилази на бесконачну савршено проводну раван, под углом θ у односу на нормалу на раван. У вакууму је постављена електрички мала контура површине S , тако да јој је центар на висини h изнад равни. Вектор јачине електричног поља \mathbf{E}_i има само x -компоненту, вектор \mathbf{n}_i лежи у yz -равни, површ контуре нормална је на y -осу, а проводна раван лежи у xy -равни Декартовог координатног система, као на слици. Одредити, у координатном систему са слике, комплексне векторе (а) резултантног електричног и магнетског поља изнад савршено проводне равни и (б) густине струје на савршено проводној равни (произвољно усвојити почетну фазу поља). Одредити (в) израз за ефективну вредност електромоторне силе индуковане у контури и (г) висину h тако да та ефективна вредност буде максимална.



2. Два четвртталасна монопола (1 и 2) монтирана су вертикално на равној површи бесконачне савршено проводне земље. Монополи су на међусобном растојању $d = 0,25 \text{ m}$ и напајају се простопериодичним струјама учестаности $f = 890 \text{ MHz}$ и ефективних вредности $I = 2,8 \text{ A}$, а струја монопола 1 фазно предњачи струји монопола 2 за $\Delta\psi = 15^\circ$. Пријемни полуталасни дипол (3) постављен је вертикално, као на слици, при чему је $r = 950 \text{ m}$ и $\theta = 36^\circ$. (а) Полазећи од израза за далеко поље монопола, одредити израз за ефективну вредност резултантног електричног поља на месту пријемног дипола. (б) Израчунати ефективну вредност електромоторне силе индуковане у пријемном диполу.



Напомена: у цилиндричном координатном систему је $\text{div } \mathbf{A} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rA_r) + \frac{1}{r} \frac{\partial A_\phi}{\partial \phi} + \frac{\partial A_z}{\partial z}$.

**ОДГОВОРИ НА ПИТАЊА И РЕШЕЊА ЗАДАТАКА СА
ИСПИТА ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОФ, ОЕ, ОС, ИР),
ОДРЖАНОГ 25. АВГУСТА 2021. ГОДИНЕ**

ПИТАЊА

1. (a) $\text{rot } \mathbf{E} = -\mu_0 \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t}$, $\text{rot } \mathbf{H} = \varepsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}$, $\text{div } \mathbf{E} = 0$, $\text{div } \mathbf{H} = 0$. (б) $\Delta \mathbf{H} - \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial t^2} = 0$.

2. $\rho_s = -j2 \frac{J_{s0}}{\omega} \sin(2\phi)$.

3. (a) $E_{\max} = 10 \text{ V/m}$ и (б) $E_{\min} = 0$. (в) Вектор је линијски поларизован, јер је $E_{\min} = 0$.

4. Снага опадне приближно 2 пута (односно за 3 dB).

$$5. u(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ 0,5Eh(t), & 0 \leq t < 2\tau \\ 0,5Eh(t) - 0,5Eh(t-2\tau) + \frac{R}{R+Z_c} E + \frac{Z_c}{R+Z_c} E e^{-\frac{t-2\tau}{\frac{L}{R+Z_c}}}, & t \geq 2\tau \end{cases},$$

$u(t = 3,5 \text{ ns}) = 4,34 \text{ V}$.

6. (a) $P_{zr} = \text{Re} \left\{ \oint_S (\mathbf{E} \times \mathbf{H}^*) \cdot d\mathbf{S} \right\}$. (б) $P_{zr} = \frac{Z_0}{4\pi^2} I^2 \iint_{\phi, \theta} F^2(\phi, \theta) \sin \theta d\phi d\theta$.

ЗАДАЦИ

1. (a) $\mathbf{E}_{\text{rez}} = j2E \sin(\beta z \cos \theta) e^{-j\beta y \sin \theta} \mathbf{i}_x$, $\mathbf{H}_{\text{rez}} = -2 \frac{E}{Z_0} \cos \theta \cos(\beta z \cos \theta) e^{-j\beta y \sin \theta} \mathbf{i}_y - j2 \frac{E}{Z_0} \sin \theta \sin(\beta z \cos \theta) e^{-j\beta y \sin \theta} \mathbf{i}_z$,

$Z_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}$, $\beta = 2\pi f \sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}$. (б) $\mathbf{J}_s = 2 \frac{E}{Z_0} \cos \theta e^{-j\beta y \sin \theta} \mathbf{i}_x$. (в) $\varepsilon = 2\beta E \cos \theta |\cos(\beta h \cos \theta)| S$. (г) $h_k = k \frac{\pi}{\beta \cos \theta}$, $k = 1, 2, \dots$.

2. (a) $E_{\text{rez}} = \frac{Z_0}{\pi} I \frac{F_1}{r} \left| \cos \frac{\beta d \cos \theta - \Delta \Psi}{2} \right|$, $Z_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}$, $\beta = 2\pi f \sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}$, $F_1 = \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2} \sin \theta\right)}{\cos \theta}$.

(б) $\varepsilon_{\text{ind}} \approx 3,84 \text{ mV}$.

- РЕЗУЛТАТИ ИСПИТА БИЋЕ ОБЈАВЉЕНИ ДО 1. СЕПТЕМБРА У 21.00 НА САЈТУ ЗА ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКУ.
- УВИД У ЗАДАТКЕ ЈЕ 2. СЕПТЕМБРА ОД 18.00 ДО 18.30 У СОБИ 63.

Са предмета Електромагнетика