

ИСПИТ ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОФ, ОЕ, ОС, ИР)

15. септембар 2021.

Напомене. Испит траје 180 минута и ради се самостално. Није дозвољено напуштање сале 60 минута од почетка испита. Писати искључиво хемијском оловком са плавим или црним мастилом. Дозвољена је употреба непрограмабилних калкулатора. Дозвољена је употреба само овога папира и једне вежбанке, који се морају предати. Питања радити искључиво на овоме папиру, а задатке искључиво у вежбанци. Коначне одговоре на питања и тражена извођења уписати у одговарајуће кућице, учртати у дијаграме или заокружити понуђене одговоре. Одговори без извођења се неће признати. Свако питање носи по 5 поена, а задатак по 20 поена.

Попунити податке о кандидату у следећој табели. Исте податке написати и на омоту вежбанке.

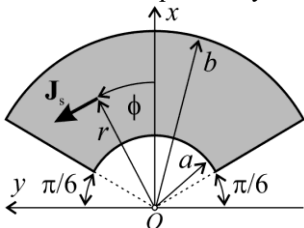
ПОДАЦИ О КАНДИДАТУ (попуњава кандидат)							КОЛОКВИЈУМ				
Индекс година/број		Презиме и име									
/							ИСПИТ				
ПИТАЊА					ЗАДАЦИ						
1.	2.	3.	4.	5.	6.	Укупно	1.	2.	Укупно	УКУПНО ПОЕНА	ОЦЕНА

ПИТАЊА

1. Написати везу између електричног скалар–потенцијала и магнетског вектор–потенцијала у брзопроменљивом пољу (Лоренцов услов) у (а) временском домену и (б) фреквенцијском домену. Усвојити потребне величине.

(а)	(б)
-----	-----

2. У вакууму постоји брзопроменљива струја само по површи исечка кружног прстена, унутрашњег полупречника a и спољашњег полупречника b , као на слици. Вектор густине површинске струје, у цилиндричном координатном систему, дат је изразом $\mathbf{J}_s(r, \phi, t) = \sqrt{2}J_{s0}(\cos \phi - 0,5) \cos(\omega t + \omega r \sqrt{\epsilon_0 \mu_0}) \mathbf{i}_\phi$, $a \leq r \leq b$, $-\pi/3 \leq \phi \leq \pi/3$, где су J_{s0} и ω познате константе. Одредити, у комплексном облику, израз за расподелу наелектрисања исечка.



3. Раван униформан простопериодичан кружно поларизован ТЕМ талас, учестаности f , простире се у вакууму у смеру $+z$ -осе. Вектор јачине електричног поља овог таласа има ефективну вредност E_0 , лево је поларизован и у тренутку $t = 0$, у координатном почетку, лежи на $+y$ -оси. У Декартовом координатном систему написати израз за комплексни вектор јачине магнетског поља овог таласа.

4. Коаксијални вод, унутрашњег полупречника $a = 0,25 \text{ mm}$ и спољашњег полупречника $b = 1,1 \text{ mm}$, испуњен је савршеним диелектриком релативне пермитивности $\epsilon_r = 3,1$, а проводници су му пермеабилности μ_0 и специфичне проводности $\sigma = 59 \text{ MS/m}$. Израчунати колико пута опадне снага ТЕМ таласа, учестаности $f = 60 \text{ GHz}$, при простирању кроз део оваквог коаксијалног вода дужине $d = 700 \text{ mm}$.

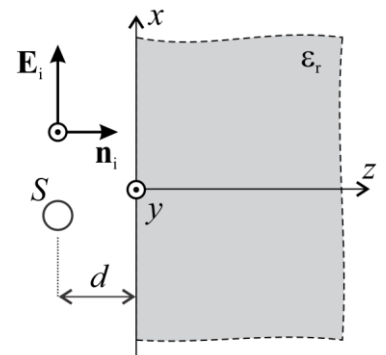
5. На улаз вода без губитака, карактеристичне импедансе $Z_c = 50 \Omega$ и времена простирања кроз вод $\tau = 1 \text{ ns}$, прикључен је напонски генератор прилагођен на вод, чији напон има облик Хевисајдовога импулса амплитуде $E = 5 \text{ V}$, док је на излаз вода прикључена редна веза калема индуктивности $L = 400 \text{ nH}$ и отпорника отпорности $R = 150 \Omega$. Полазећи од еквивалентних реалних напонских генератора којима се вод може заменити на страни побудног генератора, односно на страни пријемника, одредити израз за напон на улазу у вод и израчунати га у тренутку $t = 3,5 \text{ ns}$.

6. (а) Написати дефинициони израз за снагу зрачења антене и објаснити значење свих коришћених величина. (б) Полазећи од претходног израза, извести израз за рачунање снаге зрачења коришћењем карактеристичне функције зрачења и референтне струје антене.

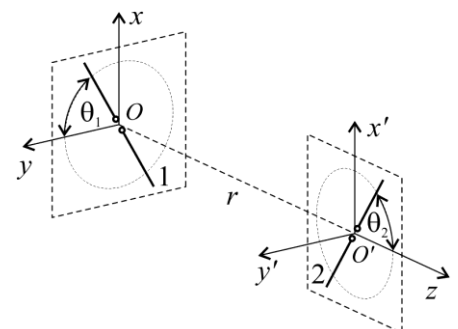
(а)	(б)
-----	-----

ЗАДАЦИ

1. Инцидентни линијски поларизован раван униформан простопериодичан ТЕМ талас, ефективне вредности електричног поља E и учестаности f , наилази из вакуума нормално на бесконачну равну раздвојну површ са савршеним хомогеним диелектриком, релативне пермитивности ϵ_r и пермеабилности μ_0 . Инцидентни талас се постире у правцу и смеру орта $\mathbf{n}_i = \mathbf{i}_z$, а његов вектор јачине електричног поља \mathbf{E}_i паралелан је x -оси Декартовог координатног система, као на слици. (а) Одредити изразе за комплексне представнике резултантних вектора јачине електричног и магнетског поља у вакууму и диелектрику. (б) Електрички мала контура површи S лежи, у вакууму, у xz -равни, на растојању d од раздвојне површи. Одредити све могуће вредности d за које је ефективна вредност електромоторне силе индуковане у контури максимална. (в) Ако су познати $E = 0,4 \text{ V/m}$, $f = 900 \text{ MHz}$, $\epsilon_r = 3$ и $S = 3,4 \text{ cm}^2$, израчунати ту максималну ефективну вредност електромоторне силе индуковане у контури.



2. Примопредајни антенски систем чине два полуталасна дипола, у вакууму, чији су центри на растојању $r = 650 \text{ m}$. Предајни дипол 1 лежи у xy -равни Декартовог координатног система и са y -осом заклапа угао $\theta_1 = 60^\circ$. Пријемни дипол 2 лежи у xz -равни Декартовог координатног система и са z -осом заклапа угао $\theta_2 = 50^\circ$, као на слици. Дипол 1 напаја се простопериодичном струјом учестаности $f = 5,2 \text{ GHz}$ и ефективне вредности $I = 0,25 \text{ A}$. (а) Усвојити референтни смер и почетни фазни став струје дипола 1 и одредити израз за комплексни вектор јачине електричног поља које дипол 1 ствара у центру дипола 2 (тачки O'), \mathbf{E}_1 . (б) Усвојити референтни смер емс индуковане у диполу 2 и одредити израз за карактеристичну функцију зрачења (реч је о вектору) дипола 2 у смеру дипола 1, \mathbf{F}_2 . (в) Израчунати ефективну вредност електромоторне силе индуковане у диполу 2.



Напомена: у цилиндричном координатном систему је $\text{div } \mathbf{A} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rA_r) + \frac{1}{r} \frac{\partial A_\phi}{\partial \phi} + \frac{\partial A_z}{\partial z}$.

**ОДГОВОРИ НА ПИТАЊА И РЕШЕЊА ЗАДАТАКА СА
ИСПИТА ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОФ, ОЕ, ОС, ИР),
ОДРЖАНОГ 15. СЕПТЕМБРА 2021. ГОДИНЕ**

ПИТАЊА

1. (a) $\text{div } \mathbf{A} = -\epsilon\mu \frac{\partial V}{\partial t}$. (б) $\text{div } \underline{\mathbf{A}} = -j\omega\epsilon\mu \underline{V}$.

2. $\underline{\rho}_s = -j \frac{J_{s0}}{\omega} \sin\phi \frac{e^{j\beta r}}{r}$.

3. $\underline{\mathbf{H}} = \frac{E_0}{Z_0\sqrt{2}} (-\mathbf{i}_x - j\mathbf{i}_y) e^{-j\beta z}$, $Z_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}}$, $\beta = 2\pi f \sqrt{\epsilon_0\mu_0}$.

4. Снага опадне приближно 2 пута (односно за 3 dB).

$$5. u(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ 0,5Eh(t), & 0 \leq t < 2\tau \\ 0,5Eh(t) - 0,5Eh(t-2\tau) + \frac{R}{R+Z_c}E + \frac{Z_c}{R+Z_c}Ee^{-\frac{t-2\tau}{L/R+Z_c}}, & t \geq 2\tau \end{cases},$$

$u(t = 3,5 \text{ ns}) = 4,34 \text{ V}$.

6. (a) $P_{zr} = \text{Re} \left\{ \oint_S (\underline{\mathbf{E}} \times \underline{\mathbf{H}}^*) \cdot d\mathbf{S} \right\}$. (б) $P_{zr} = \frac{Z_0}{4\pi^2} I^2 \iint_{\phi, \theta} F^2(\phi, \theta) \sin\theta d\phi d\theta$.

ЗАДАЦИ

1. (a) $\underline{\mathbf{E}}_0 = E e^{-j\beta_0 z} \left(1 + \frac{1-\sqrt{\epsilon_r}}{1+\sqrt{\epsilon_r}} e^{j2\beta_0 z} \right) \mathbf{i}_x$, $\underline{\mathbf{H}}_0 = \frac{E}{Z_0} e^{-j\beta_0 z} \left(1 - \frac{1-\sqrt{\epsilon_r}}{1+\sqrt{\epsilon_r}} e^{j2\beta_0 z} \right) \mathbf{i}_y$, $\underline{\mathbf{E}} = E \frac{2}{1+\sqrt{\epsilon_r}} e^{-j\beta_0 \sqrt{\epsilon_r} z} \mathbf{i}_x$,

$\underline{\mathbf{H}} = \frac{E\sqrt{\epsilon_r}}{Z_0} \frac{2}{1+\sqrt{\epsilon_r}} e^{-j\beta_0 \sqrt{\epsilon_r} z} \mathbf{i}_y$, $Z_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}}$, $\beta_0 = 2\pi f \sqrt{\mu_0\epsilon_0}$. (б) $d_k = k \frac{\pi}{\beta_0}$, $k = 1, 2, \dots$ (в) $|\epsilon|_{\max} = 3,25 \text{ mV}$.

2. (a) $\underline{\mathbf{E}}_1 = j \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} I \frac{e^{-j2\pi f \sqrt{\epsilon_0\mu_0} r}}{r} (\sin\theta_1 \mathbf{i}_x + \cos\theta_1 \mathbf{i}_y)$, за референтни смер струје ка индексу 1 и почетни фазни став струје

нула. (б) $\mathbf{F}_2 = \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2} \cos\theta_2\right)}{\sin\theta_2} \mathbf{i}_x$, за референтни смер емс ка индексу 2.

(в) $\epsilon_2 = \frac{1}{\pi f \sqrt{\epsilon_0\mu_0}} \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} I \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2} \cos\theta_2\right)}{\sin\theta_2} \sin\theta_1 \approx 255 \mu\text{V}$.

- РЕЗУЛТАТИ ИСПИТА БИЋЕ ОБЈАВЉЕНИ ДО 22. СЕПТЕМБРА У 23.00 НА САЈТУ ЗА ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКУ.
- УВИД У ЗАДАТКЕ ЈЕ 23. СЕПТЕМБРА ОД 18.00 ДО 18.30 У СОБИ 63.

Са предмета Електромагнетика