

ИСПИТ ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОФ, ОЕ, ОС, ИР)

7. фебруар 2022.

Напомене. Испит траје 180 минута и ради се самостално. Није дозвољено напуштање сале 60 минута од почетка испита. Писати искључиво хемијском оловком са плавим или црним мастилом. Дозвољена је употреба непрограмабилних калкулатора. Дозвољена је употреба само овога папира и једне вежбанке, који се морају предати. Питања радити искључиво на овоме папиру, а задатке искључиво у вежбанци. Коначне одговоре на питања и тражена извођења уписати у одговарајуће кућице, учртати у дијаграме или заокружити понуђене одговоре. Одговори без извођења се неће признати. Свако питање носи по 5 поена, а задатак по 20 поена.

Попунити податке о кандидату у следећој табели. Исте податке написати и на омоту вежбанке.

ПОДАЦИ О КАНДИДАТУ (попуњава кандидат)							КОЛОКВИЈУМ					
Индекс година/број		Презиме и име										
/							ИСПИТ					
ПИТАЊА						ЗАДАЦИ			УКУПНО ПОЕНА	ОЦЕНА		
1.	2.	3.	4.	5.	6.	Укупно	1.	2.			Укупно	

ПИТАЊА

1. (а) Написати потпуни систем Максвелових једначина за брзопроменљиво електромагнетско поље у вакууму, у диференцијалном облику. (б) Полазећи од тих израза, извести таласну једначину за вектор јачине магнетског поља.

(а)	(б)
-----	-----

2. У свакој тачки домена v' у вакууму, у коме постоји брзопроменљиво електромагнетско поље, познати су запреминска густина наелектрисања $\rho(\mathbf{r}', t)$ и вектор густине запреминске струје $\mathbf{J}(\mathbf{r}', t)$, где је \mathbf{r}' вектор положаја посматране тачке. У тачки са вектором положаја \mathbf{r} написати изразе за (а) електрични скалар-потенцијал $V(\mathbf{r}, t)$ и магнетски вектор-потенцијал $\mathbf{A}(\mathbf{r}, t)$ и (б) вектор јачине електричног поља $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$ и вектор магнетске индукције $\mathbf{B}(\mathbf{r}, t)$.

(а)	(б)
-----	-----

3. Раван униформан простопериодичан кружно поларизован ТЕМ талас, учестаности f , простире се у вакууму у смеру $+y$ -осе. Вектор јачине електричног поља овог таласа има ефективну вредност E_0 , десно је поларизован и у тренутку $t=0$, у координатном почетку, лежи на $+z$ -оси. У Декартовом координатном систему написати израз за комплексни вектор јачине електричног поља овог таласа.

4. Коаксијални вод, задатог спољашњег полупречника b , начињен је од доброг проводника и испуњен је савршеним диелектриком. Полазећи од израза за коефицијент слабљења при малим губицима, одредити однос полупречника проводника вода тако да коефицијент слабљења буде минималан.

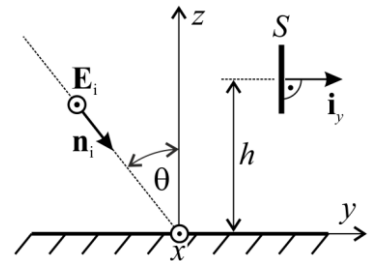
5. На улаз вода без губитака, карактеристичне импедансе $Z_c = 50 \Omega$ и времена простирања кроз вод $\tau = 1 \text{ ns}$, прикључен је напонски генератор прилагођен на вод, чији напон има облик Хевисајдовога импулса амплитуде $E = 5 \text{ V}$, док је на излаз вода прикључена редна веза калема индуктивности $L = 400 \text{ nH}$ и отпорника отпорности $R = 150 \Omega$. Полазећи од еквивалентних реалних напонских генератора којима се вод може заменити на страни побудног генератора, односно на страни пријемника, одредити израз за напон на улазу у вод и израчунати га у тренутку $t = 3,5 \text{ ns}$.

6. (а) Написати дефинициони израз за снагу зрачења антене и објаснити значење свих коришћених величина. (б) Полазећи од претходног израза, извести израз за рачунање снаге зрачења коришћењем карактеристичне функције зрачења и референтне струје антене.

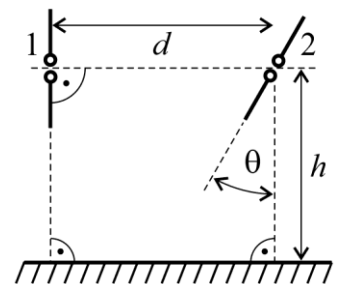
(а)	(б)
-----	-----

ЗАДАЦИ

1. Инцидентни простопериодичан униформан линијски поларизован ТЕМ талас, ефективне вредности електричног поља E и учестаности f , простире се у вакууму у правцу и смеру орта \mathbf{n}_i и наилази на бесконачну савршено проводну раван, под углом θ у односу на нормалу на раван. У вакууму је постављена електрички мала контура површине S , тако да јој је центар на висини h изнад равни. Вектор јачине електричног поља \mathbf{E}_i има само x -компоненту, вектор \mathbf{n}_i лежи у yz -равни, површ контуре нормална је на y -осу, а проводна раван лежи у xy -равни Декартовог координатног система, као на слици. Одредити, у координатном систему са слике, комплексне векторе (а) резултантног електричног и магнетског поља изнад савршено проводне равни и (б) густине струје на савршено проводној равни (произвољно усвојити почетну фазу поља). Одредити (в) израз за ефективну вредност електромоторне силе индуковане у контури и (г) висину h тако да та ефективна вредност буде максимална.



2. Предајни полуталасни дипол (1) постављен је вертикално, на висини $h = 26 \text{ m}$ изнад савршено проводне равни. На хоризонталном растојању $d = 2h/\sqrt{3}$ од предајног дипола, на истој висини изнад савршено проводне равни, налази се пријемни полуталасни дипол (2), чији правац са вертикалом заклапа угао $\theta = \pi/6$, као на слици. Предајни дипол 1 се напаја простопериодичном струјом учестаности $f = 2,4 \text{ GHz}$ и ефективне вредности $I = 45 \text{ mA}$. (а) Одредити израз за ефективну вредност електричног поља на месту пријемног дипола 2. (б) Одредити израз за ефективну вредност електромоторне силе која се индукује у пријемном диполу 2 и **израчунати је**. Околна средина је ваздух.



**ОДГОВОРИ НА ПИТАЊА И РЕШЕЊА ЗАДАТАКА СА
ИСПИТА ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОФ, ОЕ, ОС, ИР),
ОДРЖАНОГ 7. ФЕБРУРА 2022. ГОДИНЕ**

ПИТАЊА

1. (a) $\text{rot } \mathbf{E} = -\mu_0 \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t}$, $\text{rot } \mathbf{H} = \varepsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}$, $\text{div } \mathbf{E} = 0$, $\text{div } \mathbf{H} = 0$. (б) $\Delta \mathbf{H} - \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial t^2} = 0$.

2. (a) $V(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \int_V \frac{\rho(\mathbf{r}', t - \frac{R}{c_0})}{R} dv$, $\mathbf{A}(\mathbf{r}, t) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_V \frac{\mathbf{J}(\mathbf{r}', t - \frac{R}{c_0})}{R} dv$, $R = |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|$, $c_0 = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}}$.

(б) $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = -\text{grad } V(\mathbf{r}, t) - \frac{\partial \mathbf{A}(\mathbf{r}, t)}{\partial t}$, $\mathbf{B}(\mathbf{r}, t) = \text{rot } \mathbf{A}(\mathbf{r}, t)$.

3. $\underline{\mathbf{E}} = \frac{E_0}{\sqrt{2}} (\mathbf{i}_z - j\mathbf{i}_x) e^{-j\beta y}$, $\beta = 2\pi f \sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}$.

4. $\frac{b}{a} \approx 3,59$.

5. $u(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ 0,5Eh(t), & 0 \leq t < 2\tau \\ 0,5Eh(t) - 0,5Eh(t - 2\tau) + \frac{R}{R + Z_c} E + \frac{Z_c}{R + Z_c} E e^{-\frac{t-2\tau}{\frac{L}{R+Z_c}}}, & t \geq 2\tau \end{cases}$, $u(t = 3,5 \text{ ns}) = 4,34 \text{ V}$.

6. (a) $P_{zr} = \text{Re} \left\{ \oint_S (\underline{\mathbf{E}} \times \underline{\mathbf{H}}^*) \cdot d\mathbf{S} \right\}$. (б) $P_{zr} = \frac{Z_0}{4\pi^2} I^2 \iint_{\phi, \theta} F^2(\phi, \theta) \sin \theta d\phi d\theta$.

ЗАДАЦИ

1. (a) $\underline{\mathbf{E}}_{\text{rez}} = j2E \sin(\beta z \cos \theta) e^{-j\beta y \sin \theta} \mathbf{i}_x$, $\underline{\mathbf{H}}_{\text{rez}} = -2 \frac{E}{Z_0} \cos \theta \cos(\beta z \cos \theta) e^{-j\beta y \sin \theta} \mathbf{i}_y - j2 \frac{E}{Z_0} \sin \theta \sin(\beta z \cos \theta) e^{-j\beta y \sin \theta} \mathbf{i}_z$,

$Z_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}$, $\beta = 2\pi f \sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}$. (б) $\underline{\mathbf{J}}_s = 2 \frac{E}{Z_0} \cos \theta e^{-j\beta y \sin \theta} \mathbf{i}_x$. (в) $\varepsilon = 2\beta E \cos \theta |\cos(\beta h \cos \theta)| S$. (г) $h_k = k \frac{\pi}{\beta \cos \theta}$, $k = 1, 2, \dots$

2. (a) $E_{\text{rez2}} = \frac{Z_0}{2\pi} I \sqrt{\left(\frac{\cos(\beta d)}{d} + \frac{\cos(\beta d) \cos\left(\frac{\pi}{2} \cos \theta\right)}{r} \right)^2 + \left(\frac{\sin(\beta d)}{d} + \frac{\sin(\beta d) \cos\left(\frac{\pi}{2} \cos \theta\right)}{r} \right)^2 + \left(\frac{\cos\left(\frac{\pi}{2} \cos \theta\right) \cos \theta}{r \sin \theta} \right)^2}$, где је

$Z_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}$, $\beta = 2\pi f \sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}$, $r = \sqrt{d^2 + (2h)^2}$ и $\theta = \arccos \frac{d}{r}$. (б) $\varepsilon_2 = \frac{1}{\pi f \sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} \frac{Z_0}{2\pi d} \frac{I \cos\left(\frac{\pi}{2} \sin \theta\right)}{\cos \theta} = 2,92 \text{ mV}$.

- РЕЗУЛТАТИ ИСПИТА БИЋЕ ОБЈАВЉЕНИ ДО 13. ФЕБРУАРА У 23.00 НА САЈТУ ЗА ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКУ.
- УВИД У ЗАДАТКЕ ЈЕ 14. ФЕБРУАРА ОД 21.00 ДО 21.30 НА MS TEAMS-у – ТИМ ЕМ (13E072ОЕМ).

Са предмета Електромагнетика