

ИСПИТ ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОФ, ОЕ, ОС, ИР)

27. јун 2022.

Напомене. Испит траје 180 минута и ради се самостално. Није дозвољено напуштање сале 60 минута од почетка испита. Писати искључиво хемијском оловком са плавим или црним мастилом. Дозвољена је употреба непрограмабилних калкулатора. Дозвољена је употреба само овога папира и једне вежбанке, који се морају предати. Питања радити искључиво на овоме папиру, а задатке искључиво у вежбанци. Коначне одговоре на питања и тражена извођења уписати у одговарајуће кућице, учртати у дијаграме или заокружити понуђене одговоре. Одговори без извођења се неће признати. Свако питање носи по 5 поена, а задатак по 20 поена.

Попунити податке о кандидату у следећој табели. Исте податке написати и на омоту вежбанке.

ПОДАЦИ О КАНДИДАТУ (попуњава кандидат)							КОЛОКВИЈУМ					
Индекс година/број		Презиме и име										
/							ИСПИТ					
ПИТАЊА					ЗАДАЦИ			УКУПНО ПОЕНА	ОЦЕНА			
1.	2.	3.	4.	5.	6.	Укупно	1.			2.	Укупно	

ПИТАЊА

1. У свакој тачки домена v' у вакууму, у којем постоји брзопроменљиво електромагнетско поље, познати су запреминска густина наелектрисања $\rho(\mathbf{r}', t)$ и вектор густине запреминске струје $\mathbf{J}(\mathbf{r}', t)$, где је \mathbf{r}' вектор положаја посматране тачке. У тачки са вектором положаја \mathbf{r} написати изразе за (а) електрични скалар-потенцијал $V(\mathbf{r}, t)$ и (б) магнетски вектор-потенцијал $\mathbf{A}(\mathbf{r}, t)$.

(а)	(б)
-----	-----

2. (а) Написати математички исказ Поинтингове теореме у домену v , ограниченом површи S и објаснити значење сваког члана. Домен је испуњен линеарним хомогеним диелектриком пермитивности ϵ , пермеабилности μ и специфичне проводности σ , а у свакој тачки домена познат је вектор побудних струја \mathbf{J}_i . (б) Претходни израз написати за случај када је површ S прекривена бесконачно танком савршено проводном фолијом.

(а)	(б)
-----	-----

3. Комплексни представник вектора јачине електричног поља простопериодичног електромагнетског таласа дат је изразом $\underline{\mathbf{E}} = E_0 (j2\mathbf{i}_x + 3\mathbf{i}_y + \mathbf{i}_z)$, где је E_0 константа. За овај вектор одредити: (а) ефективну вредност, (б) минимални интензитет и (в) максимални интензитет. (г) Како је овај вектор поларизован? Образложити одговор.

(а)	(б)	(в)	(г)
-----	-----	-----	-----

4. Раван униформан простопериодичан ТЕМ талас, учестаности f , простире се у линеарном хомогеном материјалу специфичне проводности σ , пермеабилности μ_0 и пермитивности ϵ . Полазећи од израза за комплексни коефицијент простирања, извести изразе за коефицијент слабљења и фазни коефицијент у случају када је материјал добар диелектрик.

--

5. Коаксијални вод, унутрашњег полупречника $a=0,15\text{ mm}$ и спољашњег полупречника $b=0,5\text{ mm}$, испуњен је савршеним диелектриком релативне пермитивности $\epsilon_r = 2,1$, а проводници су му пермеабилности μ_0 и специфичне проводности $\sigma = 15\text{ MS/m}$. Полазећи од израза за коефицијент слабења при малим губицима, израчунати колико пута опадне снага TEM таласа, учестаности $f = 79\text{ GHz}$, при простирању кроз део оваквог коаксијалног вода дужине $d = 60\text{ cm}$.

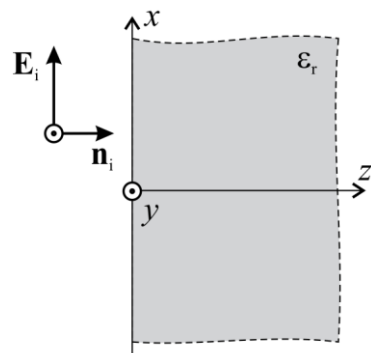
--

6. Како се дефинишу (а) усмереност (директивност) и (б) добитак (појачање) антене.

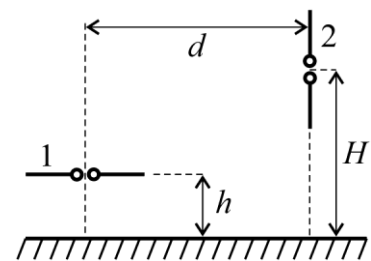
(а)	(б)
-----	-----

ЗАДАЦИ

1. Инцидентни линијски поларизован раван униформан простопериодичан TEM талас, ефективне вредности електричног поља E и учестаности f , наилази из вакуума нормално на бесконачну равну раздвојну површ са савршеним хомогеним диелектриком, релативне пермитивности ϵ_r и пермеабилности μ_0 . Инцидентни талас се постире у правцу и смеру орта $\mathbf{n}_i = \mathbf{i}_z$, а његов вектор јачине електричног поља \mathbf{E}_i паралелан је x -оси Декартовог координатног система, као на слици. (а) Одредити изразе за коефицијенте рефлексије и трансмисије таласа на раздвојној површи. (б) Одредити изразе за комплексне представнике резултантних вектора јачине електричног и магнетског поља у вакууму и диелектрику. (в) Ако су познати ефективна вредност електричног поља инцидентног таласа, $E = 0,4\text{ V/m}$, и коефицијент стојећег таласа (количник максималне и минималне ефективне вредности резултантног вектора јачине електричног поља) у вакууму, $SWR = 7/3$, израчунати ефективне вредности вектора јачине електричног и магнетског поља у диелектрику.



2. Предајни полуталасни дипол (1) постављен је хоризонтално, на висини h изнад савршено проводне равни. На хоризонталном растојању $d \gg h$ од предајног дипола и на висини $H \gg h$ изнад савршено проводне равни налази се вертикални полуталасни дипол (2), као на слици. Предајни дипол 1 се напаја простопериодичном струјом учестаности f и ефективне вредности I . (а) Одредити израз за ефективну вредност електричног поља на месту пријемног дипола 2. (б) Ако је $h = 1,75\text{ m}$, $H = 830\text{ m}$, $d = 590\text{ m}$, $f = 5\text{ GHz}$ и $I = 0,8\text{ A}$, израчунати снагу коју пријемни дипол предаје прилагођеном пријемнику. Сматрати да су антене без губитака. Околна средина је ваздух.



**ОДГОВОРИ НА ПИТАЊА И РЕШЕЊА ЗАДАТАКА СА
ИСПИТА ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОФ, ОЕ, ОС, ИР),
ОДРЖАНОГ 27. ЈУНА 2022. ГОДИНЕ**

ПИТАЊА

1. (a) $V(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_v \frac{\rho(\mathbf{r}', t - \sqrt{\epsilon_0\mu_0} |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|) dv'}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|}$. (б) $\mathbf{A}(\mathbf{r}, t) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_v \frac{\mathbf{J}(\mathbf{r}', t - \sqrt{\epsilon_0\mu_0} |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|) dv'}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|}$.

2. (a) $\int_v \underbrace{-\mathbf{J}_i \cdot \mathbf{E} dv}_{\text{Снага извора удомену}} = \int_v \underbrace{\sigma |\mathbf{E}|^2 dv}_{\text{Снага Цуловихгубитакаудомену}} + \frac{\partial}{\partial t} \int_v \underbrace{\left(\frac{1}{2} \epsilon |\mathbf{E}|^2 + \frac{1}{2} \mu |\mathbf{H}|^2 \right) dv}_{\text{Брзина промене ЕМ енергијеудомену}} + \underbrace{\oint_S (\mathbf{E} \times \mathbf{H}) \cdot d\mathbf{S}}_{\text{Брзина размене ЕМ енергијесаоколином}}.$

(б) $\int_v \underbrace{-\mathbf{J}_i \cdot \mathbf{E} dv}_{\text{Снага извора удомену}} = \int_v \underbrace{\sigma |\mathbf{E}|^2 dv}_{\text{Снага Цуловихгубитакаудомену}} + \frac{\partial}{\partial t} \int_v \underbrace{\left(\frac{1}{2} \epsilon |\mathbf{E}|^2 + \frac{1}{2} \mu |\mathbf{H}|^2 \right) dv}_{\text{Брзина промене ЕМ енергијеудомену}}.$

3. а) $E = \sqrt{14} E_0$. (б) $E_{\min} = 2\sqrt{2} E_0$. (в) $E_{\max} = 2\sqrt{5} E_0$. (г) Вектор је елиптички поларизован поларизован ($0 < E_{\min} < E_{\max}$).

4. $\alpha = 0,5\sigma\sqrt{\mu_0/\epsilon}$, $\beta = 2\pi f\sqrt{\mu_0\epsilon}$.

5. Снага опадне $\frac{P(0)}{P(d)} = e^{2\alpha d} = 10,956$ пута, где је $\alpha = \frac{R'}{2Z_c}$, $R' = \frac{R_s}{2\pi} \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right)$, $R_s = \sqrt{\frac{\pi\mu_0 f}{\sigma}}$ и $Z_c = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0\epsilon_r}} \ln \frac{b}{a}$.

6. (a) $D(\theta, \phi) = \frac{4\pi I_{zr}(\theta, \phi)}{P_{zr}}$, где је $I_{zr}(\theta, \phi)$ интензитет зрачења антене у посматраном правцу, а P_{zr} снага зрачења антене.

(б) $G(\theta, \phi) = \frac{4\pi I_{zr}(\theta, \phi)}{P_a}$, где је P_a снага доведена на антену.

ЗАДАЦИ

1. (a) $R = \frac{1 - \sqrt{\epsilon_r}}{1 + \sqrt{\epsilon_r}}$, $T = \frac{2}{1 + \sqrt{\epsilon_r}}$. (б) $\underline{\mathbf{E}}_0 = E e^{-j\beta_0 z} (1 + R e^{j2\beta_0 z}) \mathbf{i}_x$, $\underline{\mathbf{H}}_0 = \frac{E}{Z_0} e^{-j\beta_0 z} (1 - R e^{j2\beta_0 z}) \mathbf{i}_y$, $\underline{\mathbf{E}} = E T e^{-j\beta_0 \sqrt{\epsilon_r} z} \mathbf{i}_x$,

$\underline{\mathbf{H}} = \frac{E \sqrt{\epsilon_r}}{Z_0} T e^{-j\beta_0 \sqrt{\epsilon_r} z} \mathbf{i}_y$, $Z_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}}$, $\beta_0 = 2\pi f \sqrt{\mu_0\epsilon_0}$. (в) $E = 0,24 \frac{\text{V}}{\text{m}}$, $H = 1,486 \frac{\text{mA}}{\text{m}}$.

2. (a) $E_2 \approx \frac{120 \Omega}{r} I \left| \sin(2\pi f \sqrt{\epsilon_0\mu_0} h \sin \theta) \right| \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2} \cos \theta\right)}{\sin \theta}$, где је $r = \sqrt{d^2 + (H-h)^2}$ и $\theta = \arccos \frac{d}{r}$. (б) $P_p = 1,525 \text{ nW}$.

- РЕЗУЛТАТИ ИСПИТА БИЋЕ ОБЈАВЉЕНИ ДО 4. ЈУЛА У 23.00 НА САЈТУ ЗА ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКУ.
- УВИД У ЗАДАТКЕ ЈЕ 5. ЈУЛА ОД 18.00 ДО 18.30 У ЛАБОРАТОРИЈИ 63.

Са предмета Електромагнетика