

# ИСПИТ ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОФ, ОЕ, ОС, ИР)

19. фебруар 2023.

**Напомене.** Испит траје 180 минута и ради се самостално. Није дозвољено напуштање сале 60 минута од почетка испита. Писати искључиво хемијском оловком са плавим или црним мастилом. Дозвољена је употреба непрограмабилних калкулатора. Дозвољена је употреба само овога папира и једне вежбанке, који се морају предати. Питања радити искључиво на овоме папиру, а задатке искључиво у вежбанци. Коначне одговоре на питања и тражена извођења уписати у одговарајуће кућице, учртати у дијаграме или заокружити понуђене одговоре. Одговори без извођења се неће признати. Свако питање носи по 5 поена, а задатак по 20 поена.

**Попунити податке о кандидату у следећој табlici. Исте податке написати и на омоту вежбанке.**

ПОДАЦИ О КАНДИДАТУ (попуњава кандидат)							КОЛОКВИЈУМ				
Индекс година/број		Презиме и име									
/							ИСПИТ				
ПИТАЊА					ЗАДАЦИ			УКУПНО ПОЕНА	ОЦЕНА		
1.	2.	3.	4.	5.	6.	Укупно	1.			2.	Укупно

## ПИТАЊА

**1.** (а) Написати потпуни систем Максвелових једначина за брзопроменљиво електромагнетско поље у вакууму, у диференцијалном облику. (б) Полазећи од тих израза, извести таласну једначину за вектор јачине електричног поља.

(а)	(б)
-----	-----

**2.** Написати математички исказ Поинтингове теореме у домену  $v$ , ограниченом површи  $S$  и објаснити значење сваког члана. Домен је испуњен савршеним линеарним хомогеним диелектриком пермитивности  $\epsilon$  и пермеабилности  $\mu$ , а у свакој тачки домена познат је вектор побудних струја  $\mathbf{J}_i$ .

**3.** Комплексни представник вектора јачине електричног поља простопериодичног TEM таласа у посматраној тачки је  $\underline{\mathbf{E}} = (\mathbf{i}_x + \sqrt{5}\mathbf{i}_y + 2\mathbf{i}_z) \text{ V/m}$ . Израчунати (а) максималну и (б) минималну вредност интензитета овог вектора. (в) Како је поларизован овај вектор? Образложити одговор.

(а)	(б)	(в)
-----	-----	-----

**4.** Коаксијални вод, унутрашњег полупречника  $a = 0,14 \text{ mm}$  и спољашњег полупречника  $b = 0,5 \text{ mm}$ , испуњен је савршеним диелектриком релативне пермитивности  $\epsilon_r = 2,25$ , а проводници су му пермеабилности  $\mu_0$  и специфичне проводности  $\sigma = 57 \text{ MS/m}$ . Израчунати колико пута опадне снага TEM таласа, учестаности  $f = 60 \text{ GHz}$ , при простирању кроз део оваквог коаксијалног вода дужине  $d = 750 \text{ mm}$ .

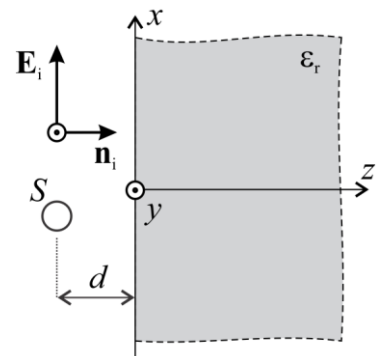
5. На улаз вода без губитака, карактеристичне импедансе  $Z_c = 50 \Omega$  и времена простирања кроз вод  $\tau = 1 \text{ ns}$ , прикључен је напонски генератор прилагођен на вод, чији напон има облик Хевисајдовога импулса амплитуде  $E = 5 \text{ V}$ , док је на излаз вода прикључен отпорник отпорности  $R = 75 \Omega$ . Израчунати напон на улазу у вод у тренутку  $t = 3,5 \text{ ns}$ .

6. (а) Написати дефинициони израз за појачање антене и објаснити коришћене величине. (б) Полазећи од претходног израза и коришћењем општег израза за вектор јачине електричног поља антене у зони зрачења, извести израз за рачунање појачања антене, у функцији карактеристичне функције зрачења и отпорности антене, у односу на изотропни радијатор.

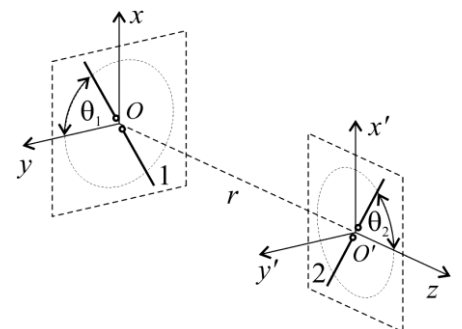
(а)	(б)
-----	-----

### ЗАДАЦИ

1. Инцидентни линијски поларизован раван униформан простопериодичан ТЕМ талас, ефективне вредности електричног поља  $E$  и учестаности  $f$ , наилази из вакуума нормално на бесконачну равну раздвојну површ са савршеним хомогеним диелектриком, релативне пермитивности  $\epsilon_r$  и пермеабилности  $\mu_0$ . Инцидентни талас се постире у правцу и смеру орта  $\mathbf{n}_i = \mathbf{i}_z$ , а његов вектор јачине електричног поља  $\mathbf{E}_i$  паралелан је  $x$ -оси Декартовог координатног система, као на слици. (а) Одредити изразе за комплексне представнике резултантних вектора јачине електричног и магнетског поља у вакууму и диелектрику. (б) Електрички мала контура површи  $S$  лежи, у вакууму, у  $xz$ -равни, на растојању  $d$  од раздвојне површи. Одредити све могуће вредности  $d$  за које је ефективна вредност електромоторне силе индуковане у контури максимална. (в) Ако су познати  $E = 0,4 \text{ V/m}$ ,  $f = 900 \text{ MHz}$ ,  $\epsilon_r = 3$  и  $S = 3,4 \text{ cm}^2$ , израчунати ту максималну ефективну вредност електромоторне силе индуковане у контури.



2. Примопредајни антенски систем чине два полуталасна дипола, у вакууму, чији су центри на растојању  $r = 650 \text{ m}$ . Предајни дипол 1 лежи у  $xy$ -равни Декартовог координатног система и са  $y$ -осом заклапа угао  $\theta_1 = 60^\circ$ . Пријемни дипол 2 лежи у  $xz$ -равни Декартовог координатног система и са  $z$ -осом заклапа угао  $\theta_2 = 50^\circ$ , као на слици. Дипол 1 напаја се простопериодичном струјом учестаности  $f = 5,2 \text{ GHz}$  и ефективне вредности  $I = 0,25 \text{ A}$ . (а) Усвојити референтни смер и почетни фазни став струје дипола 1 и одредити израз за комплексни вектор јачине електричног поља које дипол 1 ствара у центру дипола 2 (тачка  $O'$ ),  $\mathbf{E}_1$ . (б) Усвојити референтни смер емс индуковане у диполу 2 и одредити израз за карактеристичну функцију зрачења (реч је о вектору) дипола 2 у смеру дипола 1,  $\mathbf{F}_2$ . (в) Израчунати ефективну вредност електромоторне силе индуковане у диполу 2.



**ОДГОВОРИ НА ПИТАЊА И РЕШЕЊА ЗАДАТАКА СА  
ИСПИТА ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОФ, ОЕ, ОС, ИР),  
ОДРЖАНОГ 19. ФЕБРУАРА 2023. ГОДИНЕ**

**ПИТАЊА**

1. (a)  $\text{rot } \mathbf{E} = -\mu_0 \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t}$ ,  $\text{rot } \mathbf{H} = \varepsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}$ ,  $\text{div } \mathbf{E} = 0$ ,  $\text{div } \mathbf{H} = 0$ . (б)  $\Delta \mathbf{E} - \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = 0$ .

2. 
$$\int_V \underbrace{-\mathbf{J}_i \cdot \mathbf{E}}_{\text{Снага извора у домену}} dv = \frac{\partial}{\partial t} \int_V \underbrace{\left( \frac{1}{2} \varepsilon |\mathbf{E}|^2 + \frac{1}{2} \mu |\mathbf{H}|^2 \right)}_{\text{Брзина промене ЕМ енергије у домену}} dv + \underbrace{\oint_S (\mathbf{E} \times \mathbf{H}) \cdot d\mathbf{S}}_{\text{Брзина размене ЕМ енергије са околином}} .$$

3. (a)  $E_{\max} = 2\sqrt{5} \text{ V/m}$  и (б)  $E_{\min} = 0$ . (в) Вектор је линијски поларизован, јер је  $E_{\min} = 0$ .

4. Снага опадне приближно 4 пута (односно за 6 dB).

5.  $u(t = 3,5 \text{ ns}) = 3 \text{ V}$ .

6. (a)  $G = \frac{4\pi I_{zr}}{P_a}$ . (б)  $G = \frac{4\pi r^2 E^2 / Z_0}{R_a I^2} = \frac{Z_0 F^2}{\pi R_a}$ .

**ЗАДАЦИ**

1. (a)  $\underline{\mathbf{E}}_0 = E e^{-j\beta_0 z} \left( 1 + \frac{1 - \sqrt{\varepsilon_r}}{1 + \sqrt{\varepsilon_r}} e^{j2\beta_0 z} \right) \mathbf{i}_x$ ,  $\underline{\mathbf{H}}_0 = \frac{E}{Z_0} e^{-j\beta_0 z} \left( 1 - \frac{1 - \sqrt{\varepsilon_r}}{1 + \sqrt{\varepsilon_r}} e^{j2\beta_0 z} \right) \mathbf{i}_y$ ,  $\underline{\mathbf{E}} = E \frac{2}{1 + \sqrt{\varepsilon_r}} e^{-j\beta_0 \sqrt{\varepsilon_r} z} \mathbf{i}_x$ ,

$\underline{\mathbf{H}} = \frac{E \sqrt{\varepsilon_r}}{Z_0} \frac{2}{1 + \sqrt{\varepsilon_r}} e^{-j\beta_0 \sqrt{\varepsilon_r} z} \mathbf{i}_y$ ,  $Z_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}$ ,  $\beta_0 = 2\pi f \sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}$ . (б)  $d_k = k \frac{\pi}{\beta_0}$ ,  $k = 1, 2, \dots$  (в)  $|\varepsilon|_{\max} = 3,25 \text{ mV}$ .

2. (a)  $\underline{\mathbf{E}}_1 = j \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} I \frac{e^{-j2\pi f \sqrt{\varepsilon_0 \mu_0} r}}{r} (\sin \theta_1 \mathbf{i}_x + \cos \theta_1 \mathbf{i}_y)$ , за референтни смер струје ка индексу 1 и почетни фазни став струје

нула. (б)  $\mathbf{F}_2 = \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2} \cos \theta_2\right)}{\sin \theta_2} \mathbf{i}_x$ , за референтни смер емс ка индексу 2.

(в)  $\varepsilon_2 = \frac{1}{\pi f \sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} I \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2} \cos \theta_2\right)}{\sin \theta_2} \sin \theta_1 \approx 255 \mu\text{V}$ .

- РЕЗУЛТАТИ ИСПИТА БИЋЕ ОБЈАВЉЕНИ ДО 21. ФЕБРУАРА У 08.00 НА САЈТУ ЗА ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКУ.
- УВИД У ЗАДАТКЕ ЈЕ 21. ФЕБРУАРА ОД 14.00 ДО 14.30 У ЛАБОРАТОРИЈИ 63.

Са предмета Електромагнетика