

# ИСПИТ ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОФ, ОЕ, ОС, ИР)

26. јун 2023.

**Напомене.** Испит траје 180 минута и ради се самостално. Није дозвољено напуштање сале 60 минута од почетка испита. Писати искључиво хемијском оловком са плавим или црним мастилом. Дозвољена је употреба непрограмабилних калкулатора. Дозвољена је употреба само овога папира и једне вежбанке, који се морају предати. Питања радити искључиво на овоме папиру, а задатке искључиво у вежбанци. Коначне одговоре на питања и тражена извођења уписати у одговарајуће кућице, учртати у дијаграме или заокружити понуђене одговоре. Одговори без извођења се неће признати. Свако питање носи по 5 поена, а сваки задатак по 20 поена.

**Попунити податке о кандидату у следећој табели. Исте податке написати и на омоту вежбанке.**

ПОДАЦИ О КАНДИДАТУ (попуњава кандидат)										КОЛОКВИЈУМ	
Индекс година/број		Презиме и име									
/										ИСПИТ	
ПИТАЊА						ЗАДАЦИ					
1.	2.	3.	4.	5.	6.	Укупно	1.	2.	Укупно	УКУПНО ПОЕНА	ОЦЕНА

## ПИТАЊА

**1.** Написати везу између електричног скалар–потенцијала и магнетског вектор–потенцијала у брзопроменљивом пољу (Лоренцов услов) у (а) временском домену и (б) фреквенцијском домену. Усвојити потребне величине.

(а)	(б)
-----	-----

**2.** (а) Написати математички исказ Поинтингове теореме у домену  $v$ , ограниченом површи  $S$  и објаснити значење сваког члана. Домен је испуњен линеарним хомогеним диелектриком пермитивности  $\epsilon$ , пермеабилности  $\mu$  и специфичне проводности  $\sigma$ , а у свакој тачки домена познат је вектор побудних струја  $\mathbf{J}_i$ . (б) Претходни израз написати за случај када је површ  $S$  прекривена бесконачно танком савршено проводном фолијом.

(а)	(б)
-----	-----

**3.** Комплексни представник вектора јачине електричног поља простопериодичног електромагнетског таласа дат је изразом  $\underline{\mathbf{E}} = E_0 (5\mathbf{i}_x + j3\mathbf{i}_y + 4\mathbf{i}_z)$ , где је  $E_0$  константа. За овај вектор одредити: (а) ефективну вредност, (б) минимални интензитет и (в) максимални интензитет. (г) Како је овај вектор поларизован? Образложити одговор.

(а)	(б)	(в)	(г)
-----	-----	-----	-----

**4.** Раван униформан простопериодичан TEM талас, учестаности  $f$ , простире се у линеарном хомогеном материјалу специфичне проводности  $\sigma$ , пермеабилности  $\mu_0$  и пермитивности  $\epsilon$ . Полазећи од израза за комплексни коефицијент простирања, извести изразе за коефицијент слабљења и фазни коефицијент у случају када је материјал добар диелектрик.

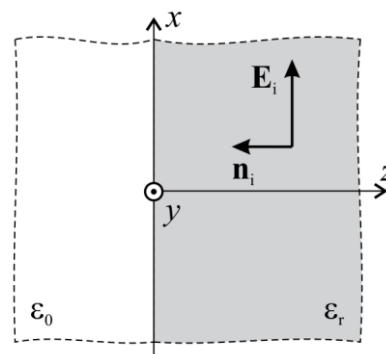
--

5. Коаксијални вод, унутрашњег полупречника  $a=0,15\text{ mm}$  и спољашњег полупречника  $b=0,5\text{ mm}$ , испуњен је савршеним диелектриком релативне пермитивности  $\epsilon_r = 2,1$ , а проводници су му пермеабилности  $\mu_0$  и специфичне проводности  $\sigma = 15\text{ MS/m}$ . Полазећи од израза за коефицијент слабења при малим губицима, израчунати колико пута опадне снага TEM таласа, учестаности  $f = 79\text{ GHz}$ , при простирању кроз део оваквог коаксијалног вода дужине  $d = 60\text{ cm}$ .

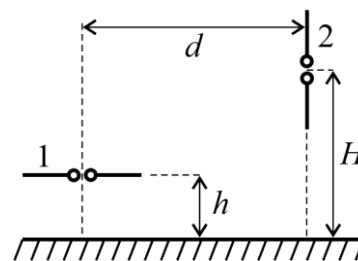
6. Примопредајни антенски систем чине две идентичне антене у слободном простору, појачања  $g=16\text{ dBi}$  и на међусобном растојању  $d = 750\text{ m}$ , оријентисане тако да је пренос снаге између њих максималан. Ако се предајна антена напаја из простопериодичног генератора учестаности  $f = 2,4\text{ GHz}$ , снагом  $P = 3,5\text{ W}$ , израчунати снагу коју пријемна антена предаје прилагођеном пријемнику,  $P_{\text{пр}}$ .

### ЗАДАЦИ

1. Инцидентни линијски поларизован раван униформан простопериодичан TEM талас, ефективне вредности електричног поља  $E$  и учестаности  $f$ , наилази из савршеног хомогеног диелектрика, релативне пермитивности  $\epsilon_r$  и пермеабилности  $\mu_0$ , нормално на бесконачну равну раздвојну површ са вакуумом. Инцидентни талас се постире у правцу и смеру орта  $\mathbf{n}_i = -\mathbf{i}_z$ , а његов вектор јачине електричног поља  $\mathbf{E}_i$  паралелан је  $x$ -оси Декартовог координатног система, као на слици. (а) Полазећи од граничних услова, одредити изразе за комплексне векторе јачине резултантног електричног и магнетског поља у диелектрику (у координатном систему са слике). (б) Ако је познат коефицијент стојећег таласа у диелектрику,  $SWR = 2$ , израчунати коефицијент рефлексије и коефицијент трансмисије на раздвојној површи диелектрика и вакуума.



2. Предајни полуталасни дипол (1) постављен је хоризонтално, на висини  $h$  изнад савршено проводне равни. На хоризонталном растојању  $d \gg h$  од предајног дипола и на висини  $H \gg h$  изнад савршено проводне равни налази се вертикални полуталасни дипол (2), као на слици. Предајни дипол 1 се напаја простопериодичном струјом учестаности  $f$  и ефективне вредности  $I$ . (а) Одредити израз за ефективну вредност електричног поља на месту пријемног дипола 2. (б) Ако је  $h = 1,75\text{ m}$ ,  $H = 830\text{ m}$ ,  $d = 590\text{ m}$ ,  $f = 5\text{ GHz}$  и  $I = 0,8\text{ A}$ , израчунати снагу коју пријемни дипол предаје прилагођеном пријемнику. Сматрати да су антене без губитака. Околна средина је ваздух.



**ОДГОВОРИ НА ПИТАЊА И РЕШЕЊА ЗАДАТАКА СА  
ИСПИТА ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОФ, ОЕ, ОС, ИР),  
ОДРЖАНОГ 26. ЈУНА 2023. ГОДИНЕ**

**ПИТАЊА**

1. (a)  $\operatorname{div} \mathbf{A} = -\varepsilon\mu \frac{\partial V}{\partial t}$ . (б)  $\operatorname{div} \mathbf{A} = -j\omega\varepsilon\mu V$ .

2. (a) 
$$\overbrace{\int_v -\mathbf{J}_i \cdot \mathbf{E} \, dv}^{\text{Снага извора удомену}} = \overbrace{\int_v \sigma |\mathbf{E}|^2 \, dv}^{\text{Снага Цу ловихгубитакау домену}} + \overbrace{\frac{\partial}{\partial t} \int_v \left( \frac{1}{2} \varepsilon |\mathbf{E}|^2 + \frac{1}{2} \mu |\mathbf{H}|^2 \right) dv}^{\text{Брзина промене ЕМ енергије удомену}} + \overbrace{\oint_S (\mathbf{E} \times \mathbf{H}) \cdot d\mathbf{S}}^{\text{Брзина размене ЕМ енергије са околином}}.$$

(б) 
$$\overbrace{\int_v -\mathbf{J}_i \cdot \mathbf{E} \, dv}^{\text{Снага извора удомену}} = \overbrace{\int_v \sigma |\mathbf{E}|^2 \, dv}^{\text{Снага Цу ловихгубитакау домену}} + \overbrace{\frac{\partial}{\partial t} \int_v \left( \frac{1}{2} \varepsilon |\mathbf{E}|^2 + \frac{1}{2} \mu |\mathbf{H}|^2 \right) dv}^{\text{Брзина промене ЕМ енергије удомену}}.$$

3. а)  $E = 5\sqrt{2} E_0$ . (б)  $E_{\min} = 3\sqrt{2} E_0$ . (в)  $E_{\max} = \sqrt{82} E_0$ . (г) Вектор је елиптички поларизован ( $0 < E_{\min} < E_{\max}$ ).

4.  $\alpha = 0,5\sigma\sqrt{\mu_0/\varepsilon}$ ,  $\beta = 2\pi f\sqrt{\mu_0\varepsilon}$ .

5. Снага опадне  $\frac{P(0)}{P(d)} = e^{2\alpha d} = 10,956$  пута, где је  $\alpha = \frac{R'}{2Z_c}$ ,  $R' = \frac{R_s}{2\pi} \left( \frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right)$ ,  $R_s = \sqrt{\frac{\pi\mu_0 f}{\sigma}}$  и  $Z_c = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0\varepsilon_r}} \ln \frac{b}{a}$ .

6.  $P_{\text{pr}} = 975,77 \text{ nW}$  ( $-30,1 \text{ dBm}$ ).

**ЗАДАЦИ**

1. (a)  $\underline{\mathbf{E}}_d = E e^{j\beta z} \left( 1 + \frac{\sqrt{\varepsilon_r} - 1}{\sqrt{\varepsilon_r} + 1} e^{-j2\beta z} \right) \mathbf{i}_x$ ,  $\underline{\mathbf{H}}_d = -\frac{E}{Z} e^{j\beta z} \left( 1 - \frac{\sqrt{\varepsilon_r} - 1}{\sqrt{\varepsilon_r} + 1} e^{-j2\beta z} \right) \mathbf{i}_y$ ,  $Z = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_r\varepsilon_0}}$ ,  $\beta = 2\pi f\sqrt{\mu_0\varepsilon_0\varepsilon_r}$ . (б)  $R = \frac{1}{3}$  и  $T = \frac{4}{3}$ .

2. (a)  $E_2 \approx \frac{120 \Omega}{r} I \left| \sin \left( 2\pi f \sqrt{\varepsilon_0\mu_0} h \sin \theta \right) \right| \frac{\cos \left( \frac{\pi}{2} \cos \theta \right)}{\sin \theta}$ , где је  $r = \sqrt{d^2 + (H-h)^2}$  и  $\theta = \arccos \frac{d}{r}$ . (б)  $P_p = 1,525 \text{ nW}$ .

- РЕЗУЛТАТИ ИСПИТА БИЋЕ ОБЈАВЉЕНИ ДО 3. ЈУЛА У 21.00 НА САЈТУ ЗА ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКУ.
- УВИД У ЗАДАТКЕ ЈЕ 4. ЈУЛА ОД 14.30 ДО 15.00 У ЛАБОРАТОРИЈИ 63.

Са предмета Електромагнетика