

# ИСПИТ ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОФ, ОЕ, ОС, ИР)

1. септембар 2023.

**Напомене.** Испит траје 180 минута и ради се самостално. Није дозвољено напуштање сале 60 минута од почетка испита. Писати искључиво хемијском оловком са плавим или црним мастилом. Дозвољена је употреба непрограмабилних калкулатора. Дозвољена је употреба само овога папира и једне вежбанке, који се морају предати. Питања радити искључиво на овоме папиру, а задатке искључиво у вежбанци. Коначне одговоре на питања и тражена извођења уписати у одговарајуће кућице, учртати у дијаграме или заокружити понуђене одговоре. Одговори без извођења се неће признати. Свако питање носи по 5 поена, а сваки задатак по 20 поена.

**Попунити податке о кандидату у следећој табlici. Исте податке написати и на омоту вежбанке.**

ПОДАЦИ О КАНДИДАТУ (попуњава кандидат)							КОЛОКВИЈУМ				
Индекс година/број		Презиме и име									
/							ИСПИТ				
ПИТАЊА					ЗАДАЦИ						
1.	2.	3.	4.	5.	6.	Укупно	1.	2.	Укупно	УКУПНО ПОЕНА	ОЦЕНА

## ПИТАЊА

**1.** (а) Написати потпуни систем Максвелових једначина за брзопроменљиво електромагнетско поље у вакууму, у диференцијалном облику. (б) Полазећи од тих израза, извести таласну једначину за вектор јачине електричног поља.

(а)	(б)
-----	-----

**2.** У свакој тачки домена  $v'$  у вакууму, у коме постоји брзопроменљиво електромагнетско поље, познати су запреминска густина наелектрисања  $\rho(\mathbf{r}', t)$  и вектор густине запреминске струје  $\mathbf{J}(\mathbf{r}', t)$ , где је  $\mathbf{r}'$  вектор положаја посматране тачке. У тачки са вектором положаја  $\mathbf{r}$  написати изразе за (а) електрични скалар-потенцијал  $V(\mathbf{r}, t)$  и магнетски вектор-потенцијал  $\mathbf{A}(\mathbf{r}, t)$  и (б) вектор јачине електричног поља  $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$  и вектор магнетске индукције  $\mathbf{B}(\mathbf{r}, t)$ .

(а)	(б)
-----	-----

**3.** Комплексни представник вектора јачине електричног поља простопериодичног електромагнетског таласа дат је изразом  $\underline{\mathbf{E}} = E_0(5\mathbf{i}_x + 3\mathbf{i}_y + 4\mathbf{i}_z)$ , где је  $E_0$  константа. За овај вектор одредити: (а) ефективну вредност, (б) минимални интензитет и (в) максимални интензитет. (г) Како је овај вектор поларизован? Образложити одговор.

(а)	(б)	(в)	(г)
-----	-----	-----	-----

**4.** Раван униформан простопериодичан ТЕМ талас, учестаности  $f$ , простира се у линеарном хомогеном материјалу специфичне проводности  $\sigma$ , пермеабилности  $\mu_0$  и пермитивности  $\epsilon$ . Полазећи од израза за комплексни коефицијент простирања, извести изразе за коефицијент слабљења и фазни коефицијент у случају када је материјал добар диелектрик.

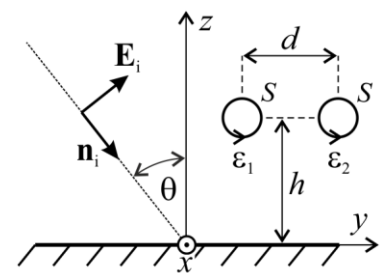
--

5. На улаз вода без губитака, карактеристичне импедансе  $Z_c = 50 \Omega$  и времена простирања кроз вод  $\tau = 1 \text{ ns}$ , прикључен је напонски генератор прилагођен на вод, чији напон има облик Хевисајдовога импулса амплитуде  $E = 5 \text{ V}$ , док је на излаз вода прикључена редна веза калема индуктивности  $L = 400 \text{ nH}$  и отпорника отпорности  $R = 150 \Omega$ . Полазећи од еквивалентних реалних напонских генератора којима се вод може заменити на страни побудног генератора, односно на страни пријемника, одредити израз за напон на улазу у вод и израчунати га у тренутку  $t = 3,5 \text{ ns}$ .

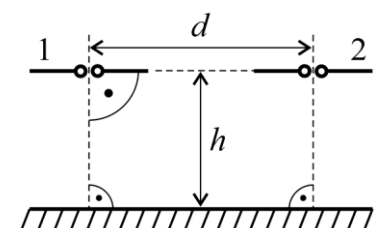
6. Примопредајни антенски систем чине две идентичне антене у слободном простору, на међусобном растојању  $d = 1350 \text{ m}$ , оријентисане тако да је пренос снаге између њих максималан. Ако се предајна антена напаја из простопериодичног генератора учестаности  $f = 24 \text{ GHz}$ , снагом  $P = 3,5 \text{ W}$ , израчунати појачање ових антена при којем пријемна антена предаје прилагођеном пријемнику снагу  $P_{pr} = 120 \text{ pW}$ .

## ЗАДАЦИ

1. Инцидентни простопериодичан униформан линијски поларизован ТЕМ талас, ефективне вредности електричног поља  $E$  и учестаности  $f$ , простире се у вакууму у правцу и смеру орта  $\mathbf{n}_i$  и наилази на бесконачну савршено проводну раван, под углом  $\theta = 35^\circ$  у односу на нормалу на раван. Вектор јачине електричног поља  $\mathbf{E}_i$  и вектор  $\mathbf{n}_i$  паралелни су  $yz$ -равни, а проводна раван лежи у  $xy$ -равни Декартовог координатног система, као на слици. У вакууму су постављене две контуре, површине  $S = 8 \text{ cm}^2$ , које леже у  $yz$ -равни тако да су им центри на међусобном растојању  $d = 1,3 \text{ m}$  и на висини  $h = 2,2 \text{ m}$  изнад проводне равни. (а) Одредити комплексни вектор јачине резултантног магнетског поља изнад проводне равни. Ако су познате комплексне индукване електромоторне силе у контурама (у односу на референтне смерове приказане на слици),  $\underline{\varepsilon}_1 = 40 \mu\text{V}$  и  $\underline{\varepsilon}_2 = -20(1 + j\sqrt{3}) \mu\text{V}$ , (б) одредити све могуће вредности учестаности  $f$  и (в) израчунати ефективну вредност електричног поља  $E$  за најмању од тих учестаности. Сматрати да су контуре електрички мале.



2. Предајни полуталасни дипол (1) постављен је хоризонтално, на висини  $h = 40 \text{ m}$  изнад савршено проводне равни. На растојању  $d = 250 \text{ m}$  од предајног дипола, на истој висини изнад савршено проводне равни, налази се хоризонтални пријемни полуталасни дипол (2), као на слици. Предајни дипол 1 се напаја простопериодичном струјом учестаности  $f = 2,4 \text{ GHz}$  и ефективне вредности  $I = 350 \text{ mA}$ . Израчунати (а) ефективну вредност јачине електричног поља на месту пријемног дипола 2 и (б) снагу коју пријемни дипол предаје прилагођеном пријемнику. Околна средина је ваздух.



**ОДГОВОРИ НА ПИТАЊА И РЕШЕЊА ЗАДАТАКА СА  
ИСПИТА ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОФ, ОЕ, ОС, ИР),  
ОДРЖАНОГ 1. СЕПТЕМБРА 2023. ГОДИНЕ**

**ПИТАЊА**

1. (a)  $\text{rot } \mathbf{E} = -\mu_0 \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t}$ ,  $\text{rot } \mathbf{H} = \varepsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}$ ,  $\text{div } \mathbf{E} = 0$ ,  $\text{div } \mathbf{H} = 0$ . (б)  $\Delta \mathbf{E} - \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = 0$ .

2. (a)  $V(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \int_V \frac{\rho(\mathbf{r}', t - \frac{R}{c_0})}{R} dv$ ,  $\mathbf{A}(\mathbf{r}, t) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_V \frac{\mathbf{J}(\mathbf{r}', t - \frac{R}{c_0})}{R} dv$ ,  $R = |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|$ ,  $c_0 = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}}$ .

(б)  $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = -\text{grad } V(\mathbf{r}, t) - \frac{\partial \mathbf{A}(\mathbf{r}, t)}{\partial t}$ ,  $\mathbf{B}(\mathbf{r}, t) = \text{rot } \mathbf{A}(\mathbf{r}, t)$ .

3. а)  $E = 5\sqrt{2} E_0$ . (б)  $E_{\min} = 0$ . (в)  $E_{\max} = 10 E_0$ . (г) Вектор је линијски поларизован ( $E_{\min} = 0$ ).

4.  $\alpha = 0,5\sigma\sqrt{\mu_0/\varepsilon}$ ,  $\beta = 2\pi f\sqrt{\mu_0\varepsilon}$ .

5.  $u(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ 0,5Eh(t), & 0 \leq t < 2\tau \\ 0,5Eh(t) - 0,5Eh(t - 2\tau) + \frac{R}{R + Z_c} E + \frac{Z_c}{R + Z_c} E e^{-\frac{t-2\tau}{R+Z_c}}, & t \geq 2\tau \end{cases}$ ,  $u(t = 3,5 \text{ ns}) = 4,34 \text{ V}$ .

6.  $G = 7,95 \text{ (9 dBi)}$ .

**ЗАДАЦИ**

1. (a)  $\underline{\mathbf{H}}_{\text{rez}} = 2 \frac{E}{Z_0} \cos(\beta z \cos \theta) e^{-j\beta y \sin \theta} \mathbf{i}_x$ ,  $Z_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}$ ,  $\beta = 2\pi f \sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}$ . (б)  $f_k = \left(k + \frac{1}{3}\right) \frac{1}{d \sqrt{\varepsilon_0 \mu_0} \sin \theta}$ ,  $k = 0, 1, 2, \dots$ .

(в)  $E \approx 26 \frac{\text{mV}}{\text{m}}$ .

2. (a)  $E_1 \approx 19,6 \frac{\text{mV}}{\text{m}}$  и (б)  $P_{\text{pr}} \approx 125 \text{ pW}$ .

- РЕЗУЛТАТИ ИСПИТА БИЋЕ ОБЈАВЉЕНИ ДО 4. СЕПТЕМБРА У 18.00 НА САЈТУ ЗА ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКУ.
- УВИД У ЗАДАТКЕ ЈЕ 4. СЕПТЕМБРА ОД 18.00 ДО 18.30 У ЛАБОРАТОРИЈИ 63.

Са предмета Електромагнетика