

КОЛОКВИЈУМ ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОЕ, ОС, ИР)

14. новембар 2009.

Напомене. Колоквијум траје 150 минута. Није дозвољено напуштање сале 90 минута од почетка колоквијума. Писати искључиво хемијском оловком. Дозвољена је употреба само овога папира и вежбанке, који се морају заједно предати. Дозвољена је и употреба непрограмабилних калкулатора. Питања радити искључиво на овоме папиру, а задатке искључиво у вежбанци. Коначне одговоре на питања и тражена извођења уписати у одговарајуће кућице, учртати у дијаграме или заокружити понуђене одговоре. Одговори без извођења се неће признати. Свако питање носи по 5 поена, а задатак по 20 поена.

Попунити податке о кандидату у следећој табели. Исте податке написати и на омоту вежбанке.

ПОДАЦИ О КАНДИДАТУ						Укупно поена
Индекс година/број	Презиме и име					
/						
ПИТАЊА				ЗАДАЦИ		
1	2	3	4	1	2	

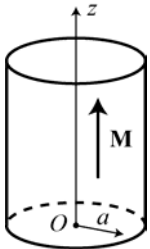
ПИТАЊА

1. Електростатички потенцијал је дат изразом $V(x, y, z) = V_0 \frac{x^2 y^2 z^2}{a^6}$, где су V_0 и a позитивне константе, а x , y и z координате Декартовог координатног система, при чему је $-a \leq x, y, z \leq a$. Средина је хомогена, пермитивности ϵ . У домену $-a < x, y, z < a$ одредити (а) вектор електричног поља и (б) запреминску густину везаног наелектрисања.

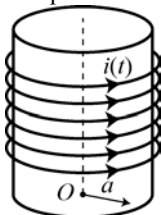
(а)	
(б)	

2. Полазећи од основних једначина стационарног струјног поља, извести услове које је потребно да задовољавају специфичне проводности и пермитивности две линеарне средине, да на њиховој раздвојној површи не би било слободних наелектрисања.

3. На слици је приказан ваљак од феромагнетика по чијој запремини постоји заостала магнетизација дата изразом $\mathbf{M} = M_0 z(r - a) / a^2 \mathbf{i}_z$, где је M_0 константа, r одстојање од осе ваљка, a полупречник ваљка, а z -координата се мери од доњег базиса. Одредити расподелу Амперових струја ваљка.



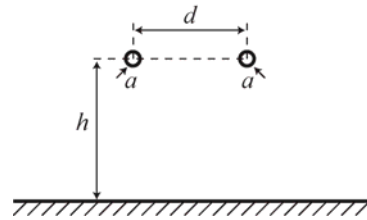
4. На слици је приказан део врло дугачког соленоида, подужне густине завојака N' , у чијим завојцима постоји споропроменљива струја $i(t)$. (а) Скицирати линије индукованог електричног поља и (б) одредити вектор индукованог електричног поља у соленоиду. Соленоид је направљен од немагнетског материјала.



ЗАДАЦИ

1. Двожични вод је постављен у ваздуху паралелно проводној равни, као на слици, при чему је $a = 0,1 \text{ mm}$ и $h = 10 \text{ mm}$. (а) Израчунати d тако да је $a_{11} = 2a_{21}$, где су a_{ij} , $i, j = 1, 2$ коефицијенти потенцијала.

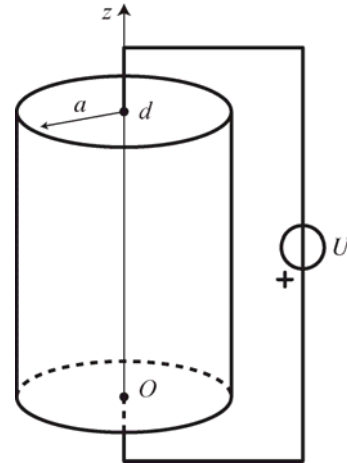
За тако пронађено d израчунати (б) коефицијенте електростатичке индукције и (в) сопствене и међусобне подужне капацитивности система.



2. Плочасти кондензатор са кружним електродама полупречника a , приказан на слици, испуњен је нехомогеним несавршеним диелектриком дебљине d , пермитивности $\epsilon(z) = \epsilon_0 \left(1 + \frac{z}{d}\right)$,

специфичне проводности $\sigma(z) = \sigma_0 \left(1 + \frac{z}{d}\right)$ и пермеабилности μ_0 , где

су ϵ_0 , σ_0 и μ_0 константе, а $0 \leq z \leq d$. Електроде су врло танке, а проводник од кога су начињене може се сматрати савршеним. Кондензатор је прикључен на идеалан генератор сталног напона U . Одредити (а) вектор густине запреминске струје у диелектрику, (б) проводност кондензатора и (в) густину запреминског слободног наелектрисања у кондензатору.



Напомена: дивергенција у цилиндричном координатном систему гласи $\text{div } \mathbf{A} = \frac{1}{r} \frac{\partial(A_r r)}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial A_\phi}{\partial \phi} + \frac{\partial A_z}{\partial z}$, а

ротор у цилиндричном координатном систему гласи $\text{rot } \mathbf{A} = \left(\frac{1}{r} \frac{\partial A_z}{\partial \phi} - \frac{\partial A_\phi}{\partial z}\right) \mathbf{i}_r + \left(\frac{\partial A_r}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial r}\right) \mathbf{i}_\phi + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial}{\partial r}(A_\phi r) - \frac{\partial A_r}{\partial \phi}\right) \mathbf{i}_z$.

ОДГОВОРИ НА ПИТАЊА И РЕШЕЊА ЗАДАТАКА СА КОЛОКВИЈУМА ИЗ
ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОЕ, ОС), ОДРЖАНОГ 14. НОВЕМБРА 2009.
ГОДИНЕ

ПИТАЊА

- (a) $\mathbf{E} = -\text{grad}V = -\frac{2V_0}{a^6}xyz(yz\mathbf{i}_x + xz\mathbf{i}_y + xy\mathbf{i}_z)$. (б) $\rho_p = -\text{div}\mathbf{P} = (\varepsilon - \varepsilon_0)\frac{2V_0}{a^6}(y^2z^2 + x^2z^2 + x^2y^2)$.
- $\frac{\sigma_1}{\varepsilon_1} = \frac{\sigma_2}{\varepsilon_2}$.
- $\mathbf{J}_\Lambda = \text{rot}\mathbf{M} = -\frac{M_0z}{a^2}\mathbf{i}_\phi$, на базисима и на омотачу нема површинских Амперових струја.
- (a) Линије индукованог електричног поља су кружнице са центром на оси соленоида, а смер је супротан смеру струје.
(б) $\mathbf{E}_{\text{ind}}(r) = -\frac{\mu_0 N' r}{2} \frac{di(t)}{dt} \mathbf{i}_\phi$, $0 \leq r < a$.

ЗАДАЦИ

- (a) $d = \frac{2h}{\sqrt{\frac{2h}{a} - 1}} \approx 1,42 \text{ mm}$. (б) $[\mathbf{A}] = 47,62 \cdot 10^{10} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \frac{\text{m}}{\text{F}}$, $[\mathbf{B}] = [\mathbf{A}]^{-1} = 7 \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \frac{\text{pF}}{\text{m}}$. (в) $[\mathbf{C}'] = 7 \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \frac{\text{pF}}{\text{m}}$.
- (a) $\mathbf{J} = \frac{\sigma_0 U}{d \ln 2} \mathbf{i}_z$. (б) $G = \frac{a^2 \pi \sigma_0}{d \ln 2}$. (в) $\rho = \text{div}\mathbf{D} = 0$.