

ИСПИТ ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОТ)

9. фебруар 2010.

Напомене. Испит траје 180 минута. Није дозвољено напуштање сале 60 минута од почетка испита. Писати искључиво хемијском оловком. Дозвољена је употреба непрограмабилних калкулатора. Питања радити искључиво на овоме папиру, а задатке искључиво у вежбанци. Коначне одговоре на питања и тражена извођења уписати у одговарајуће кућице, учртати у дијаграме или заокружити понуђене одговоре. Одговори без извођења се неће признати. Вежбанка и овај папир се морају заједно предати. Свако питање носи по 5 поена, а задатак по 20 поена.

Попунити податке о кандидату у следећој табелици. Исте податке написати и на омоту вежбанке.

ПОДАЦИ О КАНДИДАТУ (попуњава кандидат)							КОЛОКВИЈУМ				
Индекс година/број		Презиме и име									
/							ИСПИТ				
ПИТАЊА						ЗАДАЦИ			УКУПНО ПОЕНА	ОЦЕНА	
1.	2.	3.	4.	5.	6.	Укупно	1.	2.			Укупно

ПИТАЊА

1. Навести по један пример вектора поља за које је, бар у једном делу простора, (а) ротор нула, а дивергенција различита од нуле, (б) дивергенција нула, а ротор различит од нуле и (в) ротор и дивергенција различити од нуле.

(а)	(б)	(в)
-----	-----	-----

2. Написати диференцијалне једначине које једнозначно одређују магнетски вектор-потенцијал у стационарном магнетском пољу у вакууму уколико је (а) у свакој тачки простора познат вектор магнетске индукције \mathbf{B} и (б) у свакој тачки простора познат вектор густине запреминских струја \mathbf{J} .

3. Под којим условом се простопериодично електромагнетско поље у домену v у вакууму може сматрати квазистационарним? Учестаност је f .

4. Написати потпуни систем Максвелових једначина од кога се полази у анализи електромагнетских таласа у вакууму, у простору у коме нема струја.

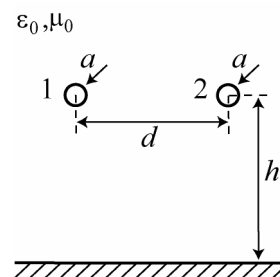
5. Униформан раван електромагнетски талас, учестаности f , наилази из диелектрика 1, параметара ϵ_1 и μ_1 , нормално на равну површ диелектрика 2, параметара ϵ_2 и μ_2 . (а) Написати изразе за таласе који постоје у околини те граничне површи, (б) написати граничне услове које задовољавају поља у та два диелектрика и (в) одатле извести коефицијенте трансмисије и рефлексије.

(а)	(б)	(в)
-----	-----	-----

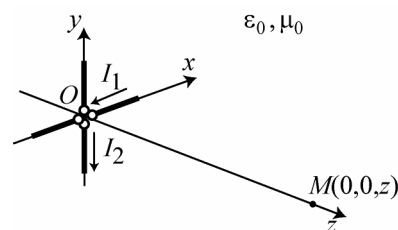
6. У зони зрачења једне антене познат је магнетски вектор-потенцијал, \underline{A} . Одредити векторе електричног и магнетског поља у тој зони.

ЗАДАЦИ

1. Два паралелна веома дугачка танка жичана проводника постављена су у ваздуху на висини $h = 10 \text{ mm}$ изнад проводне равни, као на слици. Проводници су једнаких полупречника $a = 0,1 \text{ mm}$ и чине симетричан вод карактеристичне импедансе $Z_c = 350 \Omega$. Проводници су направљени од бакра специфичне проводности $\sigma = 58 \text{ MS/m}$. Израчунати (а) растојање између оса проводника, d , (б) спољашњу подужну индуктивност вода и (в) подужну отпорност вода на учестаности $f = 1 \text{ GHz}$. Занемарити губитке у проводној равни.



2. Два полуталасна дипола укрштена су под правим углом и напајају се комплексним струјама $\underline{I}_1 = 1 \text{ mA}$ и $\underline{I}_2 = -j \text{ mA}$ у односу на референтне смерове на слици. Учестаност генератора је $f = 2 \text{ GHz}$. Средина је ваздух. У тачки $M(0,0,z)$, где је $z = 50 \text{ m}$, одредити изразе за (а) тренутне вредности вектора електричног поља, магнетског поља, и Поинтинговог вектора, (б) израчунати максималан и минималан интензитет сваког од ова три вектора, и (в) на основу добијених резултата одредити поларизацију вектора електричног и магнетског поља.



ОДГОВОРИ НА ПИТАЊА И РЕШЕЊА ЗАДАТАКА СА ИСПИТА ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОТ), ОДРЖАНОГ 9. ФЕБРУАРА 2010. ГОДИНЕ

ПИТАЊА

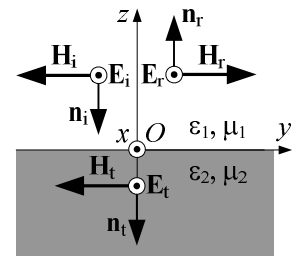
1. (а) Вектор електричног поља \mathbf{E} запремински расподељеног наелектрисања, као код једнодимензионог модела p - n споја. (б) Вектор магнетске индукције \mathbf{H} запремински расподељених струја или код електромагнетских таласа. (в) Вектор електричног поља \mathbf{E} у променљивом пољу у нехомогеној проводној средини.

2. (а) $\text{div } \mathbf{A} = 0$, $\text{rot } \mathbf{A} = \mathbf{B}$ и (б) $\text{div } \mathbf{A} = 0$, $\Delta \mathbf{A} = -\mu_0 \mathbf{J}$.

3. Максимална линеарна димензија домена мора да буде много мања од таласне дужине $\lambda = \frac{c_0}{f} = \frac{1}{f \sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$. Другачије формулисано, највеће време кашњења у домену мора да буде много мање од $T = \frac{1}{f}$.

4. $\text{rot } \mathbf{E} = -\mu_0 \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t}$, $\text{rot } \mathbf{H} = \epsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}$, $\text{div } \mathbf{E} = 0$, $\text{div } \mathbf{H} = 0$.

5. (а) Према ознакама на слици, $\underline{E}_{xi} = \underline{E}_{i0} e^{j\beta_1 z}$, $\underline{H}_{yi} = -\frac{\underline{E}_{i0}}{Z_{\text{TEM1}}} e^{j\beta_1 z}$, $\underline{E}_{xt} = \underline{E}_{t0} e^{-j\beta_1 z}$,
 $\underline{H}_{yt} = \frac{\underline{E}_{t0}}{Z_{\text{TEM1}}} e^{-j\beta_1 z}$, $\underline{E}_{xt} = \underline{E}_{t0} e^{j\beta_2 z}$, $\underline{H}_{yt} = -\frac{\underline{E}_{t0}}{Z_{\text{TEM2}}} e^{j\beta_2 z}$, где је $\beta_1 = \omega \sqrt{\epsilon_1 \mu_1}$,
 $\beta_2 = \omega \sqrt{\epsilon_2 \mu_2}$, $Z_{\text{TEM1}} = \sqrt{\frac{\mu_1}{\epsilon_1}}$, $Z_{\text{TEM2}} = \sqrt{\frac{\mu_2}{\epsilon_2}}$. (б) За $z = 0$ је $\underline{E}_{x1} = \underline{E}_{x2}$ и $\underline{H}_{y1} = \underline{H}_{y2}$.



(в) $\frac{\underline{E}_{t0}}{\underline{E}_{i0}} = \underline{\rho} = \frac{Z_{\text{TEM2}} - Z_{\text{TEM1}}}{Z_{\text{TEM2}} + Z_{\text{TEM1}}}$, $\frac{\underline{E}_{t0}}{\underline{E}_{i0}} = \underline{\tau} = \frac{2Z_{\text{TEM2}}}{Z_{\text{TEM2}} + Z_{\text{TEM1}}}$.

6. $\underline{E} = \underline{E}_\theta \mathbf{i}_\theta + \underline{E}_\phi \mathbf{i}_\phi = -j\omega(\underline{A}_\theta \mathbf{i}_\theta + \underline{A}_\phi \mathbf{i}_\phi) = -j\omega \underline{A}_\perp$, $\underline{H} = \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} \mathbf{i}_r \times \underline{E}$, где су r, θ, ϕ сферне координате.

ЗАДАЦИ

1. (а) $a_{11} = a_{22} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{2h}{a}$, $a_{12} = a_{21} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{\sqrt{4h^2 + d^2}}{d}$, $C' = \frac{1}{c_0 Z_c}$, $C'' = \frac{1}{2(a_{11} - a_{12})}$,

$d = \frac{2ah e^{\frac{\pi\epsilon_0}{C'}}}{\sqrt{4h^2 - a^2 e^{\frac{2\pi\epsilon_0}{C'}}}} \approx 1,9 \text{ mm}$. (б) $L' = \frac{\epsilon_0 \mu_0}{C'} \approx 1,17 \mu\text{H/m}$. (в) $R' = \frac{R_s}{\pi a} = \frac{1}{\pi a} \sqrt{\frac{\pi \mu_0 f}{\sigma}} \approx 26,3 \Omega/\text{m}$.

2. $\underline{E}_1 = j \frac{Z_0}{2\pi} I_1 \frac{e^{-j\beta z}}{z} \mathbf{i}_x$ и $\underline{E}_2 = j \frac{Z_0}{2\pi} I_2 \frac{e^{-j\beta z}}{z} \mathbf{i}_y$, јер је карактеристична функција зрачења за обе антене $F = 1$, при чему је $\beta = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{40\pi}{3} \text{ m}^{-1}$ и $Z_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}}$.

(а) Како је $\underline{E} = \underline{E}_1 + \underline{E}_2$ следи да је $\mathbf{E}(z, t) = \frac{Z_0}{2\pi z} |I_1| \sqrt{2} (-\sin(\omega t - \beta z) \mathbf{i}_x + \cos(\omega t - \beta z) \mathbf{i}_y)$, узимајући у обзир да је $|I_1| = |I_2|$.

Из $\mathbf{H} = \frac{1}{Z_0} \mathbf{i}_z \times \mathbf{E}$ добија се $\mathbf{H}(z, t) = \frac{1}{2\pi z} |I_1| \sqrt{2} (-\cos(\omega t - \beta z) \mathbf{i}_x - \sin(\omega t - \beta z) \mathbf{i}_y)$. Поинтингов вектор је

$\mathcal{P}(z, t) = \mathbf{E}(z, t) \times \mathbf{H}(z, t) = \frac{|I_1|^2 Z_0}{2\pi^2 z^2} (\sin^2(\omega t - \beta z) + \cos^2(\omega t - \beta z)) \mathbf{i}_z = \frac{|I_1|^2 Z_0}{2\pi^2 z^2} \mathbf{i}_z$.

(б) $E_{\min} = E_{\max} = \frac{Z_0}{2\pi z} |I_1| \sqrt{2} \approx 1,7 \text{ mV/m}$, $H_{\min} = H_{\max} = \frac{1}{2\pi z} |I_1| \sqrt{2} \approx 4,5 \mu\text{A/m}$ и $\mathcal{P}_{\min} = \mathcal{P}_{\max} = \frac{|I_1|^2 Z_0}{2\pi^2 z^2} \approx 7,6 \text{ nW/m}^2$.

(в) Вектори електричног и магнетског поља су кружно поларизовани.