

ИСПИТ ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОТ)

2. септембар 2010.

Напомене. Испит траје 180 минута. Није дозвољено напуштање сале 60 минута од почетка испита. Писати искључиво хемијском оловком. Дозвољена је употреба непрограмабилних калкулатора. Питања радити искључиво на овоме папиру, а задатке искључиво у вежбанци. Коначне одговоре на питања и тражена извођења уписати у одговарајуће кућице, учртати у дијаграме или заокружити понуђене одговоре. Одговори без извођења се неће признати. Вежбанка и овај папир се морају заједно предати. Свако питање носи по 5 поена, а задатак по 20 поена.

Попунити податке о кандидату у следећој табели. Исте податке написати и на омоту вежбанке.

| ПОДАЦИ О КАНДИДАТУ (попуњава кандидат) | | | | | | | КОЛОКВИЈУМ | | | | | |
|--|----|---------------|----|----|----|--------|------------|----|--------------|-------|--------|--|
| Индекс година/број | | Презиме и име | | | | | | | | | | |
| / | | | | | | | ИСПИТ | | | | | |
| ПИТАЊА | | | | | | ЗАДАЦИ | | | УКУПНО ПОЕНА | ОЦЕНА | | |
| 1. | 2. | 3. | 4. | 5. | 6. | Укупно | 1. | 2. | | | Укупно | |
| | | | | | | | | | | | | |

ПИТАЊА

1. Плочасти кондензатор површине електрода, S и растојања између њих d , испуњен је ваздухом. Ефекти крајева се могу занемарити. (а) Полазећи од диференцијалних једначина за електростатичко поље и везе између електростатичког потенцијала и електричног поља, извести диференцијалну једначину коју задовољава електростатички потенцијал у кондензатору. (б) Решавањем претходно изведене диференцијалне једначине, одредити електростатички потенцијал у кондензатору, уколико су познати потенцијали електрода $V_1 = 0$ и $V_2 = V$.

| | |
|-----|-----|
| (а) | (б) |
|-----|-----|

2. У линеарном несавршеном диелектрику константне специфичне проводности σ и променљиве пермитивности $\epsilon(\mathbf{r})$, где је \mathbf{r} вектор положаја, успостављена је стална запреминска струја константне густине \mathbf{J} . Одредити израз за густину запреминских слободних наелектрисања у диелектрику.

| |
|--|
| |
|--|

3. По запремини проводне коцке, странице a и специфичне проводности σ , постоји електрично поље чији је вектор \mathbf{E} познат. Одредити изразе за (а) запреминску густину снаге Џулових губитака и (б) укупну снагу Џулових губитака у коцки.

| | |
|-----|-----|
| (а) | (б) |
|-----|-----|

4. (а) Написати Лоренцов услов у комплексном облику. (б) Полазећи од израза за електрично поље преко електричног скалар-потенцијала и магнетског вектор-потенцијала, и Лоренцовог услова, извести израз за комплексни вектор електричног поља само у функцији магнетског вектор-потенцијала.

| | |
|-----|-----|
| (а) | (б) |
|-----|-----|

5. Дуж танког правог проводника постоји брзопроменљива струја кружне учестаности ω и алгебарског интензитета $\underline{I}(z) = I_0 \sin\left(\pi \frac{l-|z|}{2l}\right)$ у односу на смер z -осе, $-l \leq z \leq l$, z је координата у правцу проводника, а $\pm l$ су почетак и крај проводника. Одредити изразе за (а) густину линијског наелектрисања дуж проводника и (б) тачкаста наелектрисања на крајевима проводника.

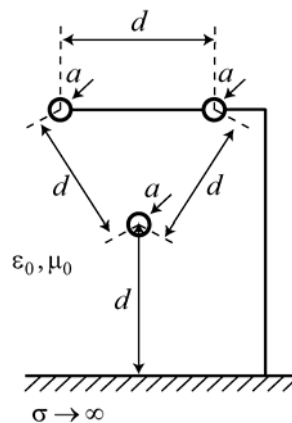
| | |
|-----|-----|
| (а) | (б) |
|-----|-----|

6. Антена се напаја струјом ефективне вредности I и учестаности f . Карактеристична функција зрачења антене је позната, $F(\phi, \theta)$, где су ϕ и θ углови сферног координатног система са центром у тачки напајања антене. Одредити израз за комплексни Поинтингов вектор таласа који емитује антена, на одстојању r , у зони зрачења.

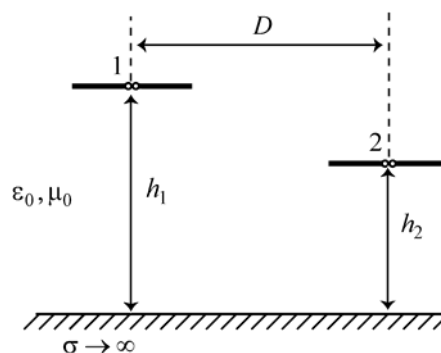
| |
|--|
| |
|--|

ЗАДАЦИ

1. Три танка жичана проводника, полупречника a постављена су паралелно савршено проводној равни, као на слици. Средина је вакуум. Два горња проводника су галвански спојена са савршено проводном равни и заједно са њом чине један проводник вода са ТЕМ таласом. Други проводник вода чини доњи жичани проводник. Одредити изразе за (а) карактеристичну импедансу вода, (б) подужну спољашњу индуктивност вода, и (в) коефицијент слабљења вода, ако је позната површинска отпорност жичаних проводника R_s .



2. Два полуталасна дипола постављена су у ваздуху, паралелно савршено проводној равни, као на слици. Диполи леже у истој равни. Први дипол се налази на висини $h_1 = 3$ m, а други дипол на висини $h_2 = 2$ m. Хоризонтално растојање између центара дипола је $D = 5$ m. Први дипол се напаја из простопериодичног генератора учестаности $f = 3$ GHz, снагом $P_1 = 1$ mW. (а) Израчунати ефективну вредност индуковане електромоторне силе у другом диполу. (б) Скицирати како треба поставити други дипол, за дате вредности D , h_1 , и h_2 , тако да се у њему индукује електромоторна сила која потиче само од директног таласа.



**ОДГОВОРИ НА ПИТАЊА И РЕШЕЊА ЗАДАТАКА СА
ИСПИТА ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОТ),
ОДРЖАНОГ 2. СЕПТЕМБРА 2010. ГОДИНЕ**

ПИТАЊА

1. (а) $\Delta V = 0$. (б) $V(z) = V \frac{z}{d}$, $0 \leq z \leq d$, где је z координата у правцу нормалном на електроде кондензатора.

2. $\rho = \frac{\mathbf{J}}{\sigma} \text{grad } \varepsilon(\mathbf{r})$.

3. (а) $p_J = \sigma E^2$, (б) $P_J = \sigma E^2 a^3$.

4. (а) $\text{div } \underline{\mathbf{A}} = -j\omega \varepsilon \mu \underline{V}$. (б) $\underline{\mathbf{E}} = -\frac{j}{\omega \varepsilon \mu} \text{grad div } \underline{\mathbf{A}} - j\omega \underline{\mathbf{A}} = -j\omega \left(\underline{\mathbf{A}} + \frac{1}{\beta^2} \text{grad div } \underline{\mathbf{A}} \right)$.

5. (а) $\underline{Q}' = -\frac{jI_0 \pi}{2\omega l} \cos\left(\pi \frac{l-|z|}{2l}\right) \text{sgn}(z)$, (б) $\underline{Q}(z = \pm l) = 0$.

6. $\underline{\mathbf{P}} = \frac{Z_0}{4\pi^2 r^2} I^2 F^2(\theta, \phi) \mathbf{r}_0$, где је \mathbf{r}_0 јединични вектор од центра антене ка тачки у којој се посматра Поинтингов вектор.

ЗАДАЦИ

1. (а) $Z_c = \left(a_{11} - a_{21} \frac{a_{12} + a_{13}}{a_{22} + a_{23}} \right) \sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}$, $a_{11} = \frac{1}{2\pi \varepsilon_0} \ln \frac{2d}{a}$, $a_{22} = \frac{1}{2\pi \varepsilon_0} \ln \frac{(2 + \sqrt{3})d}{a}$, $a_{12} = a_{21} = a_{13} = \frac{1}{2\pi \varepsilon_0} \ln \sqrt{5 + 2\sqrt{3}}$,
 $a_{23} = \frac{1}{2\pi \varepsilon_0} \ln \sqrt{8 + 4\sqrt{3}}$. (б) $L' = \left(a_{11} - a_{21} \frac{a_{12} + a_{13}}{a_{22} + a_{23}} \right) \varepsilon_0 \mu_0$. (в) $\alpha = \frac{R_s}{4\pi a Z_c} \left(1 + 2 \left(\frac{a_{21}}{a_{22} + a_{23}} \right)^2 \right)$.

2. Применом теореме ликова утицај савршено проводне равни замењује се ликом предајне антене. Карактеристичне функције зрачења су $F_1 = 0,156$ и $F_2 = 0,628$, а растојања $r_1 = \sqrt{D^2 + (h_1 - h_2)^2} = 5,1 \text{ m}$ и $r_2 = \sqrt{D^2 + (h_1 + h_2)^2} = 7,07 \text{ m}$.

(а) Индукована електромоторна сила је $\underline{\varepsilon} = \frac{\lambda}{\pi} \mathbf{E} \cdot \mathbf{F} = \frac{\lambda}{\pi} j \frac{Z_0}{2\pi} \sqrt{\frac{P_1}{R_z}} \left(\frac{e^{-j\beta r_1}}{r_1} F_1^2 - \frac{e^{-j\beta r_2}}{r_2} F_2^2 \right)$, а њена ефективна вредност је $\varepsilon = 0,4 \text{ mV}$. (б) Пријемну антену је потребно поставити дуж правца из кога наилази рефлектовани талас, као на слици.

