

ИСПИТ ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОГ)

13. јануар 2011.

Напомене. Испит траје 180 минута. Није дозвољено напуштање сале 60 минута од почетка испита. Писати искључиво хемијском оловком. Дозвољена је употреба непрограмабилних калкулатора. Питања радити искључиво на овоме папиру, а задатке искључиво у вежбанци. Коначне одговоре на питања и тражена извођења уписати у одговарајуће кућице, учртати у дијаграме или заокружити понуђене одговоре. Одговори без извођења се неће признати. Вежбанка и овај папир се морају заједно предати. Свако питање носи по 5 поена, а задатак по 20 поена.

Попунити податке о кандидату у следећој табели. Исте податке написати и на омоту вежбанке.

ПОДАЦИ О КАНДИДАТУ (попуњава кандидат)							КОЛОКВИЈУМ				
Индекс година/број		Презиме и име									
/							ИСПИТ				
ПИТАЊА						ЗАДАЦИ			УКУПНО ПОЕНА	ОЦЕНА	
1.	2.	3.	4.	5.	6.	Укупно	1.	2.			Укупно

ПИТАЊА

1. Полазећи од израза за запреминску густину енергије електричног поља у линеарној средини, у коме фигуришу вектор електричног поља \mathbf{E} и вектор електричног помераја \mathbf{D} , извести изразе за укупну енергију која потиче од (а) запреминских наелектрисања густине ρ унутар домена v , и (б) система n проводних тела наелектрисаних укупним количинама наелектрисања $Q_i, i = 1, \dots, n$.

2. Одредити отпорност уземљења сферног уземљивача, полупречника a , укопаног у хомогену земљу специфичне проводности σ , тако да је центар уземљивача на дубини d ($d \gg a$). Специфична проводност материјала од којег је уземљивач направљен много је већа од специфичне проводности земље.

3. У веома дугом и танком цилиндричном проводнику, константне специфичне проводности σ , дужине d и површине попречног пресека S ($S \ll d^2$), постоји хомогено споропроменљиво индуквано електрично поље, интензитета $E_{\text{ind}}(t)$, чији вектор је паралелан омотачу цилиндра. На крајеве цилиндричног проводника прикључен је волтметар, унутрашње отпорности R_V , који мери разлику електричних скалар-потенцијала на својим крајевима. Одредити показивање волтметра.

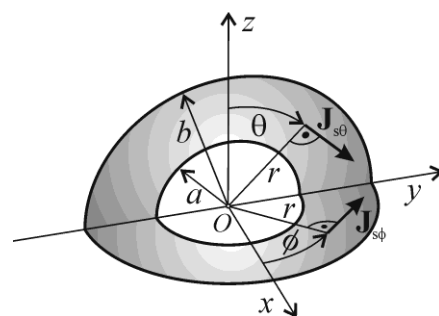
4. Полазећи од израза за запреминску густину снаге генератора у облику побудних струја у комплексном домену извести израз за Поинтингову теорему у комплексном домену.

5. Полазећи од израза за закаснеле потенцијале у временском домену извести изразе за закаснеле потенцијале у комплексном домену. Скицирати слику и на њој назначити потребне величине.

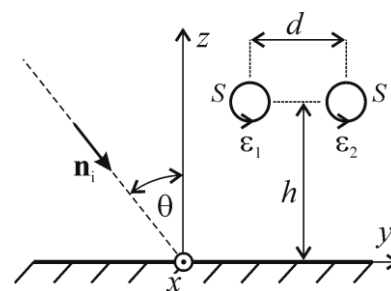
6. У добром немагнетском диелектрику, специфичне проводности $\sigma = 0,01 \text{ S/m}$ и релативне пермитивности $\epsilon_r = 3$, простире се раван униформан простопериодичан TEM талас учестаности $f = 5 \text{ GHz}$. Посматрају се две равни које су управне на правац простирања таласа и на међусобном растојању $d = 2 \text{ cm}$. Смер простирања таласа је од равни 1 ка равни 2. Израчунати количник амплитуда (E_2/E_1) и разлику фаза ($\Phi_2 - \Phi_1$) електричног поља таласа у ове две равни.

ЗАДАЦИ

1. У вакууму постоји простопериодична струја високе кружне учестаности ω само по површи у облику два полукружна прстена, полупречника a и b , спојена под правим углом као на слици. Вектор густине површинске струје у Oxy равни дат је изразом $\mathbf{J}_{s\phi}(r, \phi, t) = \sqrt{2} J_{s0} \frac{r}{a} \cos \phi \cos(\omega t + r \omega \sqrt{\epsilon_0 \mu_0}) \mathbf{i}_\phi$, а у Oyz равни изразом $\mathbf{J}_{s\theta}(r, \theta, t) = \sqrt{2} J_{s0} \frac{r}{b} \cos \theta \cos(\omega t + \pi + r \omega \sqrt{\epsilon_0 \mu_0}) \mathbf{i}_\theta$, где је J_{s0} константа, $a \leq r \leq b$ и $-\pi/2 \leq \phi, \theta \leq \pi/2$. Одредити комплексни вектор магнетске индукције у координатном почетку (тачки O).



2. Кружно поларизован раван униформан простопериодичан TEM талас наилази на савршено проводну раван под углом $\theta = 40^\circ$ у односу на нормалу. На висини $h = 8 \text{ cm}$ изнад проводне равни постављене су две електрички мале кружне контуре, једнаких површина $S = 1 \text{ cm}^2$, тако да леже у Oyz равни, која је паралелна равни инциденције, а центри су им на међусобном растојању $d = 6 \text{ cm}$. (а) Написати изразе за комплексне представнике вектора јачине електричног и магнетског поља овог таласа у координатном систему са слике. (б) Израчунати таласну дужину и ефективну вредност електричног поља инцидентог таласа ако је познато да је ефективна вредност електромоторне силе индуковане у првој контури $\epsilon_1 = 7 \text{ mV}$ и да ова електромоторна сила, у односу на референтне смерове приказане на слици, фазно предњачи електромоторној сили ϵ_2 , индукованој у другој контури, за 111° .



**ОДГОВОРИ НА ПИТАЊА И РЕШЕЊА ЗАДАТАКА СА
ИСПИТА ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОГ),
ОДРЖАНОГ 13. ЈАНУАРА 2011. ГОДИНЕ**

ПИТАЊА

1. (а) $W_e = \frac{1}{2} \int_V \rho V dv$, (б) $W_e = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n Q_k V_k$. Погледати параграф 3.7 из књиге *Електромагнетика* Бранка Поповића.

2. $R_{uz} = \frac{1}{4\pi\sigma a}$.

3. $U(t) = \frac{R_V}{R_V + \frac{d}{\sigma S}} E_{ind}(t) d$.

4. $-\int_V \underline{J}_i^* \cdot \underline{E} dv = \int_V \sigma E^2 dv + j\omega \int_V (\underline{\mu} H^2 - \underline{\epsilon}^* E^2) dv + \oint_S (\underline{E} \times \underline{H}^*) \cdot d\underline{S}$. Погледати параграф 2.5.1 из књиге *Електромагнетика* Бранка Поповића.

5. $\underline{V}(\underline{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_{v'}} \int \frac{\rho(\underline{r}') e^{-j\beta|\underline{r}-\underline{r}'|}}{|\underline{r}-\underline{r}'|} dv'$, $\underline{A}(\underline{r}) = \frac{\mu}{4\pi} \int \frac{\underline{J}(\underline{r}') e^{-j\beta|\underline{r}-\underline{r}'|}}{|\underline{r}-\underline{r}'|} dv'$. Погледати параграф 1.8.1 из књиге *Електромагнетика* Бранка Поповића.

6. $\frac{E_2}{E_1} \approx 0,978$, $\Phi_2 - \Phi_1 = -\frac{2\pi}{\sqrt{3}}$.

ЗАДАЦИ

1. $\underline{B} = \frac{\mu_0 J_{s0}}{2\pi} \left(b - a + j\omega\sqrt{\mu_0\epsilon_0} \frac{b^2 - a^2}{2} \right) \left(\frac{1}{b} \underline{i}_x + \frac{1}{a} \underline{i}_z \right)$.

2. (а) За десно поларизован талас је ($\beta = \omega\sqrt{\epsilon_0\mu_0}$, $Z_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}}$)

$$\underline{E} = E \frac{\sqrt{2}}{2} (\underline{i}_x + j(\cos\theta \underline{i}_y + \sin\theta \underline{i}_z)) e^{-j\beta(y\sin\theta - z\cos\theta)} \text{ и } \underline{H} = \frac{E}{Z_0} \frac{\sqrt{2}}{2} (-(\cos\theta \underline{i}_y + \sin\theta \underline{i}_z) + j\underline{i}_x) e^{-j\beta(y\sin\theta - z\cos\theta)}.$$

(б) $\lambda(k) = \frac{d \sin\theta}{k + 111/360}$, $k = 0, 1, 2, \dots$, $\lambda(k=0) = 12,508 \text{ cm}$, $E \approx 1 \frac{\text{V}}{\text{m}}$.