

ИСПИТ ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОТ)

17. јун 2011.

Напомене. Испит траје 180 минута. Није дозвољено напуштање сале 60 минута од почетка испита. Писати искључиво хемијском оловком. Дозвољена је употреба непрограмабилних калкулатора. Дозвољена је употреба само овога папира и једне вежбанке, који се морају заједно предати. Питања радити искључиво на овоме папиру, а задатке искључиво у вежбанци. Коначне одговоре на питања и тражена извођења уписати у одговарајуће кућице, уцртати у дијаграме или заокружити понуђене одговоре. Одговори без извођења се неће признати. Вежбанка и овај папир се морају заједно предати. Свако питање носи по 5 поена, а задатак по 20 поена.

Попунити податке о кандидату у следећој табели. Исте податке написати и на омоту вежбанке.

ПОДАЦИ О КАНДИДАТУ (попуњава кандидат)							КОЛОКВИЈУМ				
Индекс година/број		Презиме и име									
/							ИСПИТ				
ПИТАЊА						ЗАДАЦИ					
1.	2.	3.	4.	5.	6.	Укупно	1.	2.	Укупно	УКУПНО ПОЕНА	ОЦЕНА

ПИТАЊА

1. (а) Написати потпуни систем интегралних једначина за електростатичко поље у вакууму у чијој је свакој тачки позната запреминска густина наелектрисања. (б) Написати исказе теореме Гаус-Остроградског и Стоксове теореме. (в) Полазећи од претходно написаних једначина извести потпуни систем диференцијалних једначина за електростатичко поље у вакууму.

(а)	(б)	(в)
-----	-----	-----

2. (а) Написати диференцијалну једначину коју, у немагнетској средини, задовољава магнетски вектор-потенцијал, \mathbf{A} , у стационарном магнетском пољу. (б) У врло дугачком праволинијском проводнику, полупречника r , постоји стална струја I . Проводник је начињен од немагнетског материјала. Чему је једнак $\Delta \mathbf{A}$, у проводнику и ван њега?

(а)	(б)
-----	-----

3. (а) Написати Поинтингову теорему у комплексном домену за најопштији случај. (б) У танкој кружној контури, полупречника r , успостављена је простопериодична струја $i(t)$. Контура је у потпуности обухваћена танком савршено проводном сферном љуском. Одредити израз за флуks Поинтинговог вектора кроз произвољну затворену површ S изван сферне љуске.

(а)	(б)
-----	-----

4. (a) Написати потпуни систем Максвелових једначина за брзопроменљиво електромагнетско поље у вакууму, у диференцијалном облику и временском домену. Сматрати да нема побудног поља и побудних струја. (б) Полазећи од претходно написаних једначина извести таласну једначину за вектор електричног поља, \mathbf{E} .

(a)	(б)
-----	-----

5. Израчунати коефицијент трансмисије у децибелима, равнoг униформног простопериодичног таласа, који наилази нормало из ваздуха на бесконачно велику равну површ воде. Релативна пермитивност воде је $\epsilon_r = 81$, а пермеабилност је μ_0 . Учестаност таласа је $f = 1 \text{ GHz}$.

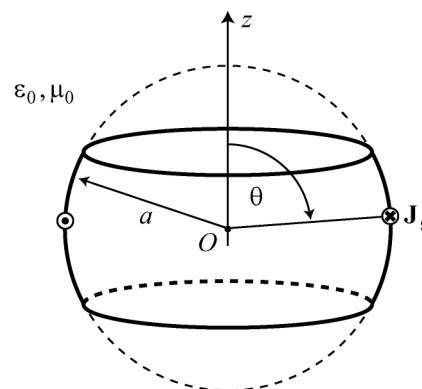
--

6. (a) Како се дефинише усмереност, $D(\phi, \theta)$, антене? (б) Извести израз за рачунање усмерености антене преко карактеристичне функције зрачења, \mathbf{F} , и отпорности зрачења, R_z . (в) Полазећи од претходног израза извести усмереност Херцовог дипола.

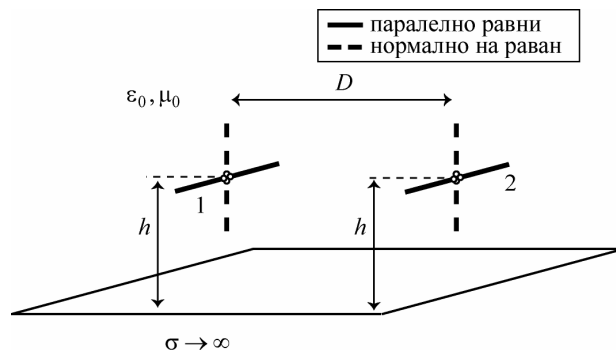
(a)	(б)	(в)
-----	-----	-----

ЗАДАЦИ

1. У вакууму постоје брзопроменљиве простопериодичне струје само по површи дела сфере, која је приказана на слици. Полупречник сфере је a , а део на коме постоје струје дефинисан је сферним координатама $\frac{\pi}{4} \leq \theta \leq \frac{3\pi}{4}$ и $-\pi < \phi \leq \pi$. Површинска густина струје је позната и дата је изразом $\mathbf{J}_s(\theta, t) = J_{s0} \sqrt{2} \cos\theta \cos\omega t \mathbf{i}_\phi$. Одредити изразе за: (a) комплексни вектор површинских струја, (б) комплексне представнике расподеле површинског и линијског наелектрисања и (в) комплексни електрични скалар-потенцијал у тачки O .



2. Два полугаласна дипола, постављена су на паралелно један другоме, на међусобном растојању $D = 3 \text{ m}$. Тачке напајања дипола налазе се на висини $h = 1 \text{ m}$ изнад бесконачно велике савршено проводне равни. Први дипол се напаја из простопериодичног генератора учестаности $f = 1 \text{ GHz}$, снагом $P_0 = 10 \text{ W}$. Други дипол је пријемни. Средина је вакуум. Диполи су прво постављени паралелно равни, а ефективна вредност индуковане електромоторне силе у пријемном диполу је ϵ_p . Затим су диполи постављени нормално на раван, а ефективна вредност индуковане електромоторне силе у пријемном диполу је ϵ_n . Израчунати однос $\frac{\epsilon_n}{\epsilon_p}$.



Напомена: дивергенција у сферном координатном систему гласи $\text{div } \mathbf{A} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (A_r r^2) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (A_\theta \sin \theta) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial A_\phi}{\partial \phi}$.

**ОДГОВОРИ НА ПИТАЊА И РЕШЕЊА ЗАДАТАКА СА
ИСПИТА ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОТ),
ОДРЖАНОГ 17. ЈУНА 2011. ГОДИНЕ**

ПИТАЊА

1. (а) $\oint_C \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = 0$, $\oint_S \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} = \frac{1}{\epsilon_0} \iiint_V \rho \, dv$. (б) $\oint_S \mathbf{A} \cdot d\mathbf{S} = \iiint_V \operatorname{div} \mathbf{A} \, dv$, $\oint_C \mathbf{A} \cdot d\mathbf{l} = \iint_S \operatorname{rot} \mathbf{A} \cdot d\mathbf{S}$. (в) $\operatorname{rot} \mathbf{E} = 0$, $\operatorname{div} \mathbf{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$.

2. (а) $\Delta \mathbf{A} = -\mu_0 \mathbf{J}$. (б) $\Delta \mathbf{A} = \begin{cases} -\mu_0 \frac{I}{r^2} \mathbf{i}_J, & \text{у проводнику} \\ 0, & \text{ван проводника} \end{cases}$, где је \mathbf{i}_J јединични вектор у правцу струје.

3. (а) $-\int_V \mathbf{J}_i^* \cdot \mathbf{E} \, dv = \int_V \sigma E^2 \, dv + j\omega \int_V (\mu H^2 - \epsilon^* E^2) \, dv + \oint_S (\mathbf{E} \times \mathbf{H}^*) \cdot d\mathbf{S}$. (б) $\oint_S \mathbf{P} \cdot d\mathbf{S} = 0$.

4. (а) $\nabla \times \mathbf{E} = -\mu_0 \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t}$, $\nabla \times \mathbf{H} = \epsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}$, $\nabla \cdot \mathbf{E} = 0$, $\nabla \cdot \mathbf{H} = 0$. (б) $\Delta \mathbf{E} - \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = 0$.

5. $T = 20 \log_{10} \frac{2Z_2}{Z_1 + Z_2} \approx -14 \, \text{dB}$.

6. (а) $D(\theta, \phi) = \frac{I_z(\theta, \phi)}{(I_z)_{\text{sr}}}$. (б) $D(\theta, \phi) = \frac{Z_0 F(\theta, \phi)^2}{\pi R_{\text{sr}}}$. (в) $D(\theta, \phi) = 1,5 \sin^2 \theta$.

ЗАДАЦИ

1. (а) $\underline{\mathbf{J}}_s = J_{s0} \cos \theta \mathbf{i}_\phi$. (б) $\underline{\rho}_s = 0$, $\underline{Q}' = 0$. (в) $\underline{V} = 0$.

2. $\frac{\epsilon_n}{\epsilon_p} = \left| \frac{\frac{1}{D} + \frac{\exp(-j\beta(r-D))}{r} F^2}{\frac{1}{D} - \frac{\exp(-j\beta(r-D))}{r}} \right|$, где је $r = \sqrt{4h^2 + D^2}$ и $F = \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2} \frac{2h}{r}\right)}{\frac{D}{r}}$, односно $\frac{\epsilon_n}{\epsilon_p} \approx 7,53$.

- РЕЗУЛТАТИ ИСПИТА ЋЕ БИТИ ОБЈАВЉЕНИ ДО 20. ЈУНА У 12 ЧАСОВА.
- УВИД У ЗАДАТКЕ (У СОБИ 63) ЈЕ 20. ЈУНА ОД 12:00 ДО 13:00 ЧАСОВА.

Са предмета Електромагнетика