

ИСПИТ ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОС, ИР)

8. јул 2011.

Напомене. Испит траје 180 минута. Није дозвољено напуштање сале 60 минута од почетка испита. Писати искључиво хемијском оловком. Дозвољена је употреба непрограмабилних калкулатора. Дозвољена је употреба само овога папира и једне вежбанке, који се морају заједно предати. Питања радити искључиво на овоме папиру, а задатке искључиво у вежбанци. Коначне одговоре на питања и тражена извођења уписати у одговарајуће кућице, уцртати у дијаграме или заокружити понуђене одговоре. Одговори без извођења се неће признати. Вежбанка и овај папир се морају заједно предати. Свако питање носи по 5 поена, а задатак по 20 поена.

Попунити податке о кандидату у следећој табели. Исте податке написати и на омоту вежбанке.

ПОДАЦИ О КАНДИДАТУ (попуњава кандидат)							КОЛОКВИЈУМ				
Индекс година/број		Презиме и име									
/							ИСПИТ				
ПИТАЊА						ЗАДАЦИ			УКУПНО ПОЕНА	ОЦЕНА	
1.	2.	3.	4.	5.	6.	Укупно	1.	2.			Укупно

ПИТАЊА

1. (а) Написати потпуни систем интегралних једначина за стационарно магнетско поље уколико је у свакој тачки домена познат вектор запреминских струја, \mathbf{J} . (б) Написати исказе теореме Гаус-Остроградског и Стоксове теореме. (в) Полазећи од претходно написаних једначина извести потпуни систем диференцијалних једначина за стационарно магнетско поље.

(а)	(б)	(в)
-----	-----	-----

2. (а) Написати потпуни систем интегралних једначина за стационарно струјно поље у линеарној средини. (б) Полазећи од претходно написаних једначина извести граничне услове за вектор електричног поља и вектор густине запреминских струја на граничној површи средина параметара ϵ_1, σ_1 и ϵ_2, σ_2 .

(а)	(б)
-----	-----

3. Простопериодичан линијски поларизован TEM талас простире се кроз ваздух. Максимални тренутни интензитет Поинтинговог вектора овог таласа је $P = 3 \text{ mW/m}^2$. Израчунати ефективну вредност јачине магнетског поља овог таласа.

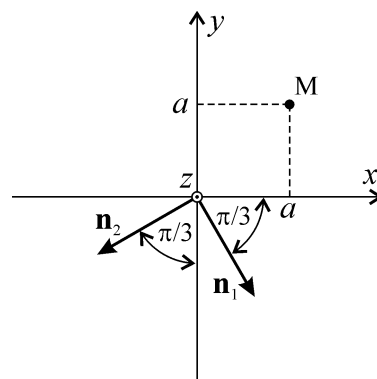
4. Раван униформан простопериодичан TEM талас, учестаности $f = 1 \text{ MHz}$, простире се кроз морску воду, пермеабилности μ_0 , релативне пермитивности $\epsilon_r = 81$ и специфичне проводности $\sigma = 1 \text{ S/m}$. Колико пута ослаби ефективна вредност електричног поља овог таласа при преласку растојања од $d = 1 \text{ m}$ кроз воду.

5. (a) Написати израз за рачунање усмерености полуталасног дипола преко карактеристичне функције зрачења, \mathbf{F} , и отпорности зрачења, R_z . (б) Полазећи од претходног израза израчунати максималну усмереност полуталасног дипола.

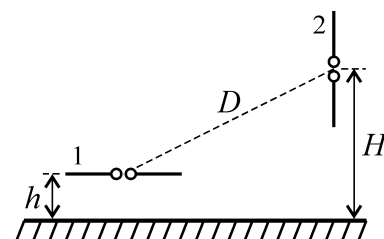
6. (a) Написати потпуни систем Максвелових једначина за брзопроменљиво електромагнетско поље у вакууму, у диференцијалном облику и комплексном домену. Сматрати да нема побудног поља и побудних струја. (б) Полазећи од претходно написаних једначина извести таласну једначину за комплексни вектор магнетског поља, $\underline{\mathbf{H}}$.

ЗАДАЦИ

1. Два равна линијски поларизована простопериодична TEM таласа, истих учестаности $f = 300 \text{ MHz}$, простиру се у ваздуху. Правци простирања таласа леже у Oxy равни. Ортови простирања таласа, \mathbf{n}_1 и \mathbf{n}_2 , приказани су на слици. Комплексни вектори јачине магнетског поља у координатном почетку су једнаки, $\underline{\mathbf{H}}_1 = \underline{\mathbf{H}}_2 = j3\mathbf{i}_z \text{ mA/m}$. У тачки $M(a, a, 0)$, где је $a = 0,5 \text{ m}$, израчунати: (a) комплексне векторе јачине електричног поља оба таласа, и (б) ефективну вредност резултантног електричног поља.



2. Два полуталасна дипола постављена су у ваздуху, изнад савршено проводне земље, тако да леже у истој равни и на међусобном су растојању $D = 200 \text{ m}$. Дипол 1 је хоризонталан и налази се на висини $h = 0,3 \text{ m}$ изнад земље, а дипол 2 је вертикалан и центар му је на висини $H = 100 \text{ m}$ изнад земље, као на слици. Дипол 1 се напаја из простопериодичног генератора учестаности $f = 300 \text{ MHz}$ и снаге $P_0 = 10 \text{ W}$. Израчунати ефективну вредност електромоторне силе индуковане у диполу 2.

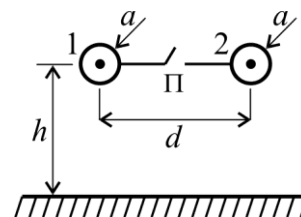


Додатак из првог дела градива

- ОС, ИР -

Задаци

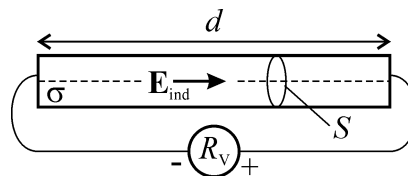
*3. У ваздуху, изнад бесконачне проводне равни, постављена су, на висини h , два танка паралелна цилиндрична проводника, полупречника a , као на слици. Растојање између оса суседних проводника је d ($d, h \gg a$). У почетном стању прекидач Π је отворен, проводник 1 је ненаелектрисан, а потенцијал проводника 2 је V_0 , где је V_0 константа. Одредити прираштај потенцијала проводника 1 након затварања прекидача.



Питања

*7. Лоптасти уземљивач, полупречника a , укопан је у хомогену земљу, тако да му је центар на дубини h ($h \gg a$). Специфична проводност земље много је мања од специфичне проводности уземљивача. Користећи се теоремом ликова за стационарно струјно поље, показати да у земљи, непосредно испод раздвојне површи, постоји само тангенцијална компонента вектора јачине електричног поља.

*8. У веома дугом и танком цилиндричном проводнику, константне специфичне проводности σ , дужине d и површине попречног пресека S ($S \ll d^2$), постоји хомогено споропроменљиво индуковано електрично поље, интензитета $E_{\text{ind}}(t)$, чији вектор је паралелан оси цилиндра, као на слици. На крајеве цилиндричног проводника прикључен је волтметар, унутрашње отпорности R_V , који мери разлику електричних скалар-потенцијала на својим крајевима. Одредити показивање волтметра.



**ОДГОВОРИ НА ПИТАЊА И РЕШЕЊА ЗАДАТАКА СА
ИСПИТА ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОС, ИР),
ОДРЖАНОГ 8. ЈУЛА 2011. ГОДИНЕ**

ПИТАЊА

1. (a) $\oint_C \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = \int_S \mathbf{J} \cdot d\mathbf{S}$, $\oint_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} = 0$. (б) $\oint_S \mathbf{A} \cdot d\mathbf{S} = \iiint_V \text{div} \mathbf{A} \, dv$, $\oint_C \mathbf{A} \cdot d\mathbf{l} = \iint_S \text{rot} \mathbf{A} \cdot d\mathbf{S}$. (в) $\text{rot} \mathbf{H} = \mathbf{J}$, $\text{div} \mathbf{B} = 0$.

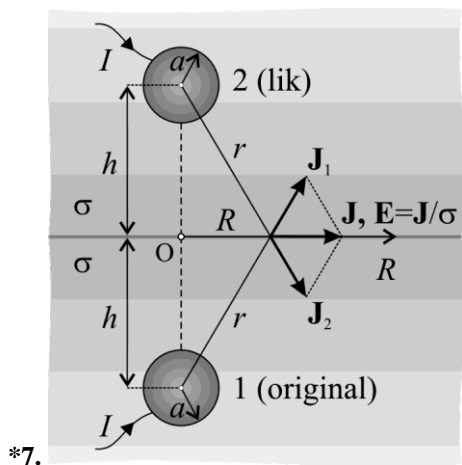
2. (a) $\oint_C \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = 0$, $\oint_S \mathbf{J} \cdot d\mathbf{S} = 0$. (б) $\mathbf{n} \times (\mathbf{E}_1 - \mathbf{E}_2) = 0$, $\mathbf{n} \cdot (\mathbf{J}_1 - \mathbf{J}_2) = 0$.

3. $H \approx 2 \frac{\text{mA}}{\text{m}}$.

4. Ефективна вредност електричног поља ослаби приближно 7,3 пута.

5. (a) $D(\theta, \phi) = \frac{Z_0 F(\theta, \phi)^2}{\pi R_x} \approx \frac{120}{73} \left(\frac{\cos\left(\frac{\pi}{2} \cos \theta\right)}{\sin \theta} \right)^2$. (б) $D_{\max} \approx 1,64$.

6. (a) $\nabla \times \underline{\mathbf{E}} = -j\omega\mu_0 \underline{\mathbf{H}}$, $\nabla \times \underline{\mathbf{H}} = j\omega\varepsilon_0 \underline{\mathbf{E}}$, $\nabla \cdot \underline{\mathbf{E}} = 0$, $\nabla \cdot \underline{\mathbf{H}} = 0$. (б) $\Delta \underline{\mathbf{H}} + \omega^2 \varepsilon_0 \mu_0 \underline{\mathbf{H}} = 0$.



*7.

*8. $U(t) = \frac{R_V}{R_V + \frac{d}{\sigma S}} E_{\text{ind}}(t) d$.

ЗАДАЦИ

1. (a) $\underline{\mathbf{E}}_1 = j180\pi(\sqrt{3}\mathbf{i}_x + \mathbf{i}_y)e^{-j\pi\frac{1-\sqrt{3}}{2}} \frac{\text{mV}}{\text{m}}$, $\underline{\mathbf{E}}_2 = j180\pi(\mathbf{i}_x - \sqrt{3}\mathbf{i}_y)e^{-j\pi\frac{-\sqrt{3}-1}{2}} \frac{\text{mV}}{\text{m}}$. (б) $E_{\text{rez}} = 180\pi\sqrt{8} \frac{\text{mV}}{\text{m}} \approx 1,6 \frac{\text{V}}{\text{m}}$.

2. $\varepsilon_2 = \frac{\lambda Z_0}{\pi 2\pi} \sqrt{\frac{P_0}{73\Omega}} \frac{\cos\left(\frac{\pi \sqrt{D^2 - H^2}}{2D}\right)}{H} 2 \left| \sin\left(2\pi \frac{hH}{\lambda D}\right) \right| \frac{\cos\left(\frac{\pi H}{2D}\right)}{\sqrt{D^2 - H^2}}$, где је $\lambda = 1\text{m}$ и $Z_0 = 120\pi\Omega$, одакле је $\varepsilon_2 \approx 19,5\text{mV}$.

3. $a_{11} = \frac{\ln \frac{2h}{a}}{2\pi\varepsilon_0} = a_{22}$, $a_{12} = \frac{\ln \frac{\sqrt{d^2 + 4h^2}}{d}}{2\pi\varepsilon_0} = a_{21}$, $\Delta V_1 = \frac{a_{11} - a_{12}}{2a_{22}} V_0$.