

# ИСПИТ ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОТ, ОЕ)

8. јул 2011.

**Напомене.** Испит траје 180 минута. Није дозвољено напуштање сале 60 минута од почетка испита. Писати искључиво хемијском оловком. Дозвољена је употреба непрограмабилних калкулатора. Дозвољена је употреба само овога папира и једне вежбанке, који се морају заједно предати. Питања радити искључиво на овоме папиру, а задатке искључиво у вежбанци. Коначне одговоре на питања и тражена извођења уписати у одговарајуће кућице, учртати у дијаграме или заокружити понуђене одговоре. Одговори без извођења се неће признати. Вежбанка и овај папир се морају заједно предати. Свако питање носи по 5 поена, а задатак по 20 поена.

**Попунити податке о кандидату у следећој табели. Исте податке написати и на омоту вежбанке.**

ПОДАЦИ О КАНДИДАТУ (попуњава кандидат)							КОЛОКВИЈУМ				
Индекс година/број		Презиме и име									
/							ИСПИТ				
ПИТАЊА					ЗАДАЦИ						
1.	2.	3.	4.	5.	6.	Укупно	1.	2.	Укупно	УКУПНО ПОЕНА	ОЦЕНА

## ПИТАЊА

**1.** (а) Написати потпуни систем интегралних једначина за стационарно магнетско поље уколико је у свакој тачки домена познат вектор запреминских струја,  $\mathbf{J}$ . (б) Написати исказе теореме Гаус-Остроградског и Стоксове теореме. (в) Полазећи од претходно написаних једначина извести потпуни систем диференцијалних једначина за стационарно магнетско поље.

(а)	(б)	(в)
-----	-----	-----

**2.** (а) Написати потпуни систем интегралних једначина за стационарно струјно поље у линеарној средини. (б) Полазећи од претходно написаних једначина извести граничне услове за вектор електричног поља и вектор густине запреминских струја на граничној површи средина параметара  $\epsilon_1, \sigma_1$  и  $\epsilon_2, \sigma_2$ .

(а)	(б)
-----	-----

**3.** У домену коцке, странице  $a = 1 \text{ m}$ , познат је вектор побудних струја  $\mathbf{J}_i = 10(1 - j) \text{ mA/m}^2 \mathbf{i}_x$  и вектор електричног поља  $\mathbf{E} = 5 \text{ mV/m} \mathbf{i}_x$ . Израчунати комплексну снагу извора електромагнетског поља у задатом домену.

4. (a) Написати потпуни систем Максвелових једначина за брзопроменљиво електромагнетско поље у вакууму, у диференцијалном облику и комплексном домену. Сматрати да нема побудног поља и побудних струја. (б) Полазећи од претходно написаних једначина извести таласну једначину за комплексни вектор магнетског поља,  $\underline{\mathbf{H}}$ .

(a)	(б)
-----	-----

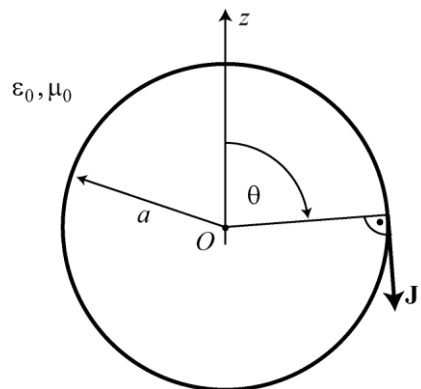
5. Израчунати коефицијент рефлексије у децибелима, равнoг униформног простопериодичног таласа, који наилази нормално из ваздуха на бесконачно велику равну површ воде. Релативна пермитивност воде је  $\epsilon_r = 81$ , а пермеабилност је  $\mu_0$ . Учестаност таласа је  $f = 1 \text{ GHz}$ .

6. (a) Написати израз за рачунање усмерености полуталасног дипола преко карактеристичне функције зрачења,  $\mathbf{F}$ , и отпорности зрачења,  $R_z$ . (б) Полазећи од претходног израза израчунати максималну усмереност полуталасног дипола.

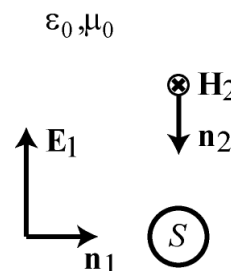
(a)	(б)
-----	-----

### ЗАДАЦИ

1. На површи усамљене сфере у вакууму, полупречника  $a$ , постоје брзопроменљива површинска наелектрисања густине  $\rho_s = \sqrt{2}\rho_{s0} \cos \theta \cos \omega t$ ,  $0 \leq \theta \leq \pi$ , где је  $\rho_{s0}$  константа. Одредити изразе за: (a) комплексни вектор густине површинске струје,  $\underline{\mathbf{J}}_s = \underline{J}_s \mathbf{i}_\theta$  и (б) комплексни магнетски вектор-потенцијал,  $\underline{\mathbf{A}}$ , у центру сфере (тачка  $O$  на слици). Сматрати да је густина површинске струје,  $J_s$ , нула у тачки одређеној углом  $\theta = 0$ .



2. Два равна униформна линијски поларизована простопериодична TEM таласа, истих угаоних учестаности  $\omega$ , простиру се у вакууму. У пољу ових таласа налази се и електрички мала равна контура површине  $S$ . Вектор електричног поља првог таласа  $\mathbf{E}_1$ , као и јединични вектори у смеру простирања оба таласа  $\mathbf{n}_1$  и  $\mathbf{n}_2$  налазе се у истој равни као и контура, а вектор магнетског поља другог таласа,  $\mathbf{H}_2$ , је у правцу који је нормалан на раван контуре, као на слици. Правци простирања таласа су међусобно управни. Ефективна вредност електричног поља првог таласа је  $E_1$ , а ефективна вредност магнетског поља другог таласа је  $H_2$ . На месту контуре, електрично поље другог таласа фазно предњачи електричном пољу првог таласа за  $\frac{\pi}{3}$ . Одредити израз за ефективну вредност индуковане електромоторне силе у контури.



Напомена: дивергенција у сферном координатном систему гласи  $\text{div } \mathbf{A} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (A_r r^2) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (A_\theta \sin \theta) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial A_\phi}{\partial \phi}$ .

**ОДГОВОРИ НА ПИТАЊА И РЕШЕЊА ЗАДАТАКА СА  
ИСПИТА ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОТ, ОЕ),  
ОДРЖАНОГ 8. ЈУЛА 2011. ГОДИНЕ**

**ПИТАЊА**

1. (a)  $\oint_C \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = \int_S \mathbf{J} \cdot d\mathbf{S}$ ,  $\oint_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} = 0$ . (б)  $\oint_S \mathbf{A} \cdot d\mathbf{S} = \iiint_V \text{div} \mathbf{A} \, dv$ ,  $\oint_C \mathbf{A} \cdot d\mathbf{l} = \iint_S \text{rot} \mathbf{A} \cdot d\mathbf{S}$ . (в)  $\text{rot} \mathbf{H} = \mathbf{J}$ ,  $\text{div} \mathbf{B} = 0$ .

2. (a)  $\oint_C \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = 0$ ,  $\int_S \mathbf{J} \cdot d\mathbf{S} = 0$ . (б)  $\mathbf{n} \times (\mathbf{E}_1 - \mathbf{E}_2) = 0$ ,  $\mathbf{n} \cdot (\mathbf{J}_1 - \mathbf{J}_2) = 0$ .

3.  $-\int_V \mathbf{J}_i^* \cdot \mathbf{E} \, dv = -50(1+j)\mu\text{W}$ .

4. (a)  $\nabla \times \mathbf{E} = -j\omega\mu_0 \mathbf{H}$ ,  $\nabla \times \mathbf{H} = j\omega\varepsilon_0 \mathbf{E}$ ,  $\nabla \cdot \mathbf{E} = 0$ ,  $\nabla \cdot \mathbf{H} = 0$ . (б)  $\Delta \mathbf{H} + \omega^2 \varepsilon_0 \mu_0 \mathbf{H} = 0$ .

5.  $R = 20 \log_{10} \frac{\left| \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon}} - \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} \right|}{\left| \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon}} + \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} \right|} \approx -2 \text{ dB}$ .

6. (a)  $D(\theta, \phi) = \frac{Z_0 F(\theta, \phi)^2}{\pi R_x} \approx \frac{120}{73} \left( \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2} \cos \theta\right)}{\sin \theta} \right)^2$ . (б)  $D_{\max} \approx 1,64$ .

**ЗАДАЦИ**

1. (a) Комплексна густина површинског наелектрисања је  $\rho_s = \rho_{s0} \cos \theta$ . Веза између вектора густине струје и површинског наелектрисања, на основу једначине континуитета, је  $\frac{\partial(\sin \theta J_s)}{\partial \theta} = -j\omega a \rho_{s0} \sin \theta \cos \theta$ . Решавањем ове диференцијалне једначине, уз почетни услов наведен у задатку, добија се  $\mathbf{J}_s = -j \frac{\omega a \rho_{s0}}{2} \sin \theta \mathbf{i}_\theta$ . (б) Комплексни магнетски вектор-потенцијал у тачки  $O$  је  $\mathbf{A} = j \frac{\omega \mu_0 \rho_{s0} a^2 e^{-j\beta a}}{3} \mathbf{i}_z$ .

2. Ефективна вредност резултантног магнетског поља на месту контуре је  $H = \sqrt{\left( E_1 \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} - \frac{H_2}{2} \right)^2 + \left( \frac{\sqrt{3}}{2} H_2 \right)^2}$ , па је ефективна вредност индуковане електромоторне силе  $\varepsilon = \omega \mu_0 H S$ .