

ИСПИТ ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОГ)

12. јануар 2012.

Напомене. Испит траје 180 минута. Није дозвољено напуштање сале 60 минута од почетка испита. Писати искључиво хемијском оловком. Дозвољена је употреба непрограмабилних калкулатора. Дозвољена је употреба само овога папира и једне вежбанке, који се морају заједно предати. Питања радити искључиво на овоме папиру, а задатке искључиво у вежбанци. Коначне одговоре на питања и тражена извођења уписати у одговарајуће кућице, уцртати у дијаграме или заокружити понуђене одговоре. Одговори без извођења се неће признати. Вежбанка и овај папир се морају заједно предати. Свако питање носи по 5 поена, а задатак по 20 поена.

Попунити податке о кандидату у следећој табели. Исте податке написати и на омоту вежбанке.

ПОДАЦИ О КАНДИДАТУ (попуњава кандидат)							КОЛОКВИЈУМ				
Индекс година/број		Презиме и име									
/							ИСПИТ				
ПИТАЊА						ЗАДАЦИ			УКУПНО ПОЕНА	ОЦЕНА	
1.	2.	3.	4.	5.	6.	Укупно	1.	2.			Укупно

ПИТАЊА

1. Запреминска наелектрисања константне густине ρ распоређена су у ваздуху по домену облика веома дугачког цилиндра, полупречника a , чија се оса поклапа са z -осом цилиндричног координатног система. (а) Коришћењем датих израза за просторне изводе и уочавањем симетрије написати Поасонову једначину у тачкама у цилиндру. (б) Ако је познато да је потенцијал на површи цилиндра једнак нули, решавањем Поасонове једначине одредити израз за потенцијал у тачкама у цилиндру.

(а)	(б)
-----	-----

2. (а) Написати потпун систем диференцијалних једначина за стационарно струјно поље у произвољној средини у чијој свакој тачки су познате побудне струје \mathbf{J}_i . (б) Написати потпун систем диференцијалних једначина за стационарно електромагнетско поље у произвољној средини у чијој свакој тачки су познате побудне струје \mathbf{J}_i .

(а)	(б)
-----	-----

3. У вакууму се налази веома дугачак соленоид са равномерно и густо мотаним завојцима подужне густине N' . У соленоиду постоји простопериодична струја ефективне вредности I и учестаности f . (а) Занемарујући ефекат крајева и апроксимирајући соленоид мноштвом приљубљених кружних навојака, израчунати магнетски вектор-потенцијал, \mathbf{A} , на оси соленоида. (б) Написати везу између вектора магнетске индукције, \mathbf{B} , и вектора \mathbf{A} у стационарном магнетском пољу. Да ли се на основу ове везе и познатог вектора \mathbf{A} на оси соленоида може одредити вектор \mathbf{B} на оси соленоида? Образложити одговор.

(а)	(б)
-----	-----

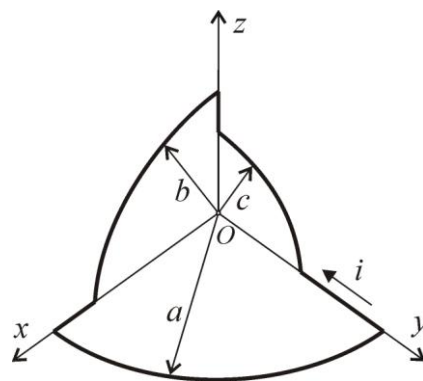
4. Написати математички исказ Поинтингове теореме у комплексном облику и објаснити значење појединих чланова.

5. Линијски поларизован простопериодичан TEM талас, ефективне вредности вектора јачине електричног поља E и учестаности f , наилази из вакуума нормално на развојну површ са савршеним диелектриком релативне пермитивности ϵ_r . Одредити изразе за ефективне вредности вектора јачина резултантног електричног и магнетског поља у вакууму.

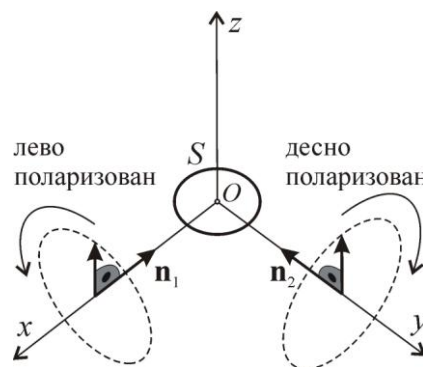
6. Сматрајући да су губици мали, извести израз за комплексни коефицијент простирања равнот TEM таласа, учестаности f , при простирању кроз хомогену средину која је добар диелектрик, пермитивности ϵ , пермеабилности μ и специфичне проводности σ .

ЗАДАЦИ

1. У жичаној контури у вакууму постоји споропроменљива струје познате јачине i . Контура је сачињена из три лучна дела, познатих полупречника a , b и c , који леже у равнима Oxy , Oxz и Oyz , и три праволинијска сегмента који леже на x оси, y оси и z оси усвојеног Декартовог координатног система, као на слици. У координатном почетку одредити изразе за вектор јачине (а) електричног поља и (б) магнетског поља.



2. Два равна кружно поларизована простопериодична TEM таласа, оба таласне дужине $\lambda = 2,3\text{m}$, простиру се кроз ваздух. Први талас се простира у правцу и смеру орта $\mathbf{n}_1 = -\mathbf{i}_x$, ефективна вредност вектора јачине електричног поља му је $E_1 = 0,4\text{V/m}$ и лево је поларизован. Други талас се простира у правцу и смеру орта $\mathbf{n}_2 = -\mathbf{i}_y$, ефективна вредност вектора јачине електричног поља му је $E_2 = 0,7\text{V/m}$ и десно је поларизован. (Смерови обртања вектора поља за леву и десну поларизацију приказани су на слици.) У тренутку $t=0$ вектор јачине електричног поља првог таласа и вектор јачине магнетског поља другог таласа су, у координатном почетку, у смеру орта \mathbf{i}_z . (а) Написати изразе за комплексне представнике вектора јачине електричног и магнетског поља сваког од таласа. (б) Израчунати ефективну вредност електромоторне силе индуковане у електрички малој равнот кружној жичаној контури, површине $S = 3\text{cm}^2$, која лежи у Oxy равни а центар јој је у координатном почетку.



У цилиндричном координатном систему је:

$$\text{grad } f = \frac{\partial f}{\partial r} \mathbf{i}_r + \frac{1}{r} \frac{\partial f}{\partial \phi} \mathbf{i}_\phi + \frac{\partial f}{\partial z} \mathbf{i}_z, \quad \text{div } \mathbf{A} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rA_r) + \frac{1}{r} \frac{\partial A_\phi}{\partial \phi} + \frac{\partial A_z}{\partial z}.$$

**ОДГОВОРИ НА ПИТАЊА И РЕШЕЊА ЗАДАТАКА СА
ИСПИТА ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОГ),
ОДРЖАНОГ 12. ЈАНУАРА 2012. ГОДИНЕ**

ПИТАЊА

1. (a) $\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial V}{\partial r} \right) = -\frac{\rho}{\epsilon_0}$. (б) $V = \frac{\rho}{4\epsilon_0} (a^2 - r^2)$.

2. (a) $\text{rot } \mathbf{E} = 0$, $\text{div } \mathbf{J} = -\text{div } \mathbf{J}_i$, $\mathbf{J} = \mathbf{J}(\mathbf{E})$. (б) $\text{rot } \mathbf{E} = 0$, $\text{rot } \mathbf{H} = \mathbf{J} + \mathbf{J}_i$, $\text{div } \mathbf{D} = \rho$, $\text{div } \mathbf{B} = 0$, $\mathbf{D} = \mathbf{D}(\mathbf{E})$, $\mathbf{B} = \mathbf{B}(\mathbf{H})$, $\mathbf{J} = \mathbf{J}(\mathbf{E})$.

3. (a) $\mathbf{A} = 0$. (б) $\mathbf{B} = \text{rot } \mathbf{A}$. На основу ове везе и познатог вектора \mathbf{A} на оси соленоида вектор \mathbf{B} на оси соленоида се не може одредити. За одређивање вектора \mathbf{B} на оси соленоида потребно је познавати вектор \mathbf{A} и у околини осе соленоида.

4. $-\int_v \mathbf{J}_i^* \cdot \mathbf{E} dv = \int_v \sigma E^2 dv + j\omega \int_v (\mu H^2 - \epsilon^* E^2) dv + \int_S (\mathbf{E} \times \mathbf{H}^*) \cdot d\mathbf{S}$.

5. $E_{\text{rez}} = E \sqrt{(1 + R \cos(2\beta z))^2 + (R \sin(2\beta z))^2}$, $H_{\text{rez}} = \frac{E}{Z_0} \sqrt{(1 - R \cos(2\beta z))^2 + (R \sin(2\beta z))^2}$,

$Z_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}}$, $Z = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0 \epsilon_r}}$, $R = \frac{Z - Z_0}{Z + Z_0}$, $\beta = 2\pi f \sqrt{\mu_0 \epsilon_0 \epsilon_r}$.

6. $\underline{\gamma} = \frac{\sigma}{2} \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} + j2\pi f \sqrt{\epsilon \mu}$.

ЗАДАЦИ

1. (a) $\mathbf{E} = -\frac{\mu_0}{4\pi} \frac{di}{dt} \left(\ln \frac{a}{b} \mathbf{i}_x - \ln \frac{a}{c} \mathbf{i}_y + \ln \frac{b}{c} \mathbf{i}_z \right)$. (б) $\mathbf{H} = \frac{i}{8} \left(\frac{1}{c} \mathbf{i}_x + \frac{1}{b} \mathbf{i}_y + \frac{1}{a} \mathbf{i}_z \right)$.

2. (a) $\underline{\mathbf{E}}_1 = \frac{E_1}{\sqrt{2}} (j\mathbf{i}_y + \mathbf{i}_z) e^{j\frac{2\pi}{\lambda}x}$, $\underline{\mathbf{H}}_1 = \frac{E_1}{Z_0\sqrt{2}} (\mathbf{i}_y - j\mathbf{i}_z) e^{j\frac{2\pi}{\lambda}x}$, $\underline{\mathbf{E}}_2 = \frac{E_2}{\sqrt{2}} (\mathbf{i}_x - j\mathbf{i}_z) e^{j\frac{2\pi}{\lambda}y}$, $\underline{\mathbf{H}}_2 = \frac{E_2}{Z_0\sqrt{2}} (j\mathbf{i}_x + \mathbf{i}_z) e^{j\frac{2\pi}{\lambda}y}$.

(б) $\epsilon = \frac{\sqrt{2}\pi S}{\lambda} \sqrt{E_1^2 + E_2^2} = 0,47 \text{ mV}$.