

# КОЛОКВИЈУМ ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОФ, ОС, ИР, ОЕ)

28. април 2012.

**Напомене.** Колоквијум траје 150 минута. Није дозвољено напуштање сале 90 минута од почетка колоквијума. Писати искључиво хемијском оловком. Дозвољена је употреба само овога папира и вежбанке, који се морају заједно предати. Дозвољена је и употреба непрограмабилних калкулатора. Питања радити искључиво на овоме папиру, а задатке искључиво у вежбанци. Коначне одговоре на питања и тражена извођења уписати у одговарајуће кућице, уцртати у дијаграме или заокружити понуђене одговоре. Одговори без извођења се неће признати. Свако питање носи по 5 поена, а задатак по 20 поена.

Попунити податке о кандидату у следећој табели. Исте податке написати и на омоту вежбанке.

ПОДАЦИ О КАНДИДАТУ					Укупно поена	
Индекс година/број	Презиме и име					
/						
ПИТАЊА				ЗАДАЦИ		
1	2	3	4	1	2	

## ПИТАЊА

1. (а) Написати исказ Стоксове теореме и теореме Гаус-Остроградског. (б) Написати потпуни систем интегралних једначина које описују електростатичко поље у вакууму. (в) На основу претходна два одговора извести потпуни систем диференцијалних једначина које описују електростатичко поље у вакууму.

(а)	(б)	(в)
-----	-----	-----

2. (а) Написати основне диференцијалне једначине стационарног струјног поља. (б) Проверити да ли је у линеарној хомогеној средини, специфичне проводности  $\sigma$ , могуће остварити стационарно струјно поље чији је вектор густине запреминске струје у цилиндричном координатном систему дат изразом  $\mathbf{J}(r) = K \frac{r}{r^2 + a^2} \mathbf{i}_\phi$ , где су  $K$  и  $a$  позитивне константе. У средини нема побудног поља ни побудних струја. Образложити одговор.

(а)	(б)
-----	-----

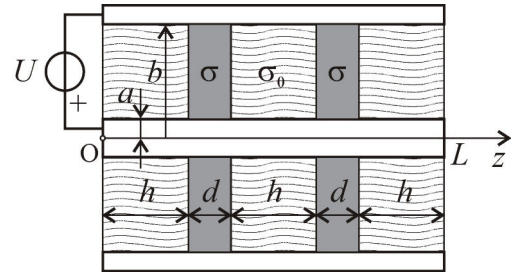
3. (а) Полазећи од диференцијалних једначина које описују стационарно магнетско поље у линеарној хомогеној средини пермеабилности  $\mu$  и везе између вектора магнетске индукције,  $\mathbf{B}$ , и магнетског вектор-потенцијала,  $\mathbf{A}$ , извести диференцијалну једначину коју задовољава магнетски вектор-потенцијал. У свакој тачки простора је позната густина запреминских струја,  $\mathbf{J}$ . (б) Како гласи решење ове једначине?

(а)	(б)
-----	-----

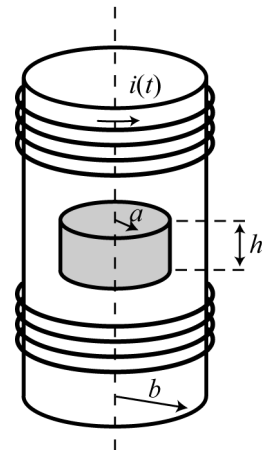
4. Полазећи од једначина које описују квазистационарно електромагнетско поље у произвољној средини извести одговарајућу једначину континуитета.

## ЗАДАЦИ

1. На улаз правог коаксијалног вода унутрашњег полупречника  $a = 1,5 \text{ cm}$ , спољашњег полупречника  $b = 4 \text{ cm}$  и дужине  $L = 80 \text{ cm}$ , испуњеног течном специфичне проводности  $\sigma_0 = 0,5 \text{ S/m}$ , прикључен је генератор сталног напона  $U = 15 \text{ V}$ , док је његов крај отворен. Израчунати дебљину  $d$  два идентична диска, унутрашњег полупречника  $a$  и спољашњег полупречника  $b$ , тако да се након њиховог уметања у коаксијални вод, на начин приказан на слици, јачина струје кроз прикључке генератора промени за 15%. Дискови су начињени од материјала специфичне проводности  $\sigma = 0,1 \text{ S/m}$ , док се проводници коаксијалног вода могу сматрати савршено проводним. Пермитивност и пермеабилност свих средина иста је као у вакууму. Занемарити ефекте крајева.



2. У врло дугачком соленоиду, полупречника  $b$ , коаксијално је постављен ваљак полупречника  $a < b$  и висине  $h$ , као што је приказано на слици. Ваљак је начињен од хомогеног немагнетског материјала специфичне проводности  $\sigma$ . Подужна густина равномерно и густо мотаних завојака на соленоиду је  $N'$ . У завојцима постоји споропроменљива струја јачине  $i(t)$ . Околна средина је ваздух. Одредити изразе за: (а) тренутну вредност вектора густине запреминске струје у ваљку и (б) тренутну снагу Цуллових губитака у ваљку. Занемарити магнетско поље струја индукованих у ваљку.



Напомена: изрази за дивергенцију и ротор у цилиндричном координатном систему гласе

$$\text{div } \mathbf{A} = \frac{1}{r} \frac{\partial(A_r r)}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial A_\phi}{\partial \phi} + \frac{\partial A_z}{\partial z} \text{ и}$$

$$\text{rot } \mathbf{A} = \left( \frac{1}{r} \frac{\partial A_z}{\partial \phi} - \frac{\partial A_\phi}{\partial z} \right) \mathbf{i}_r + \left( \frac{\partial A_r}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial r} \right) \mathbf{i}_\phi + \frac{1}{r} \left( \frac{\partial}{\partial r} (A_\phi r) - \frac{\partial A_r}{\partial \phi} \right) \mathbf{i}_z.$$

ОДГОВОРИ НА ПИТАЊА И РЕШЕЊА ЗАДАТАКА СА КОЛОКВИЈУМА ИЗ  
ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОФ, ОС, ИР, ОЕ), ОДРЖАНОГ  
28. АПРИЛА 2012. ГОДИНЕ

**ПИТАЊА**

1. (а)  $\oint_C \mathbf{A} \cdot d\mathbf{l} = \iint_S \text{rot } \mathbf{A} \cdot d\mathbf{S}$ ,  $\oint_S \mathbf{A} \cdot d\mathbf{S} = \iiint_V \text{div } \mathbf{A} \, dv$ . (б)  $\oint_C \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = 0$ ,  $\oint_S \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} = \frac{1}{\epsilon_0} \int_V \rho \, dv$ . (в)  $\text{rot } \mathbf{E} = 0$ ,  $\text{div } \mathbf{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$ .

2. (а)  $\text{div } \mathbf{J} = -\text{div } \mathbf{J}_i$ ,  $\text{rot } \mathbf{E} = 0$ . (б)  $\text{div } \mathbf{J} = 0$ , али је  $\text{rot } \mathbf{E} = \text{rot } \mathbf{J} / \sigma \neq 0$ , па у задатој средини не може постојати овакво стационарно струјно поље.

3. (а)  $\Delta \mathbf{A} = -\mu_0 \mathbf{J}$ . (б)  $\mathbf{A} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_V \frac{\mathbf{J} dv}{r}$ .

4.  $\text{div } \mathbf{J} = 0$ .

**ЗАДАЦИ**

1.  $d = \frac{0,15\sigma_0 L}{2(\sigma_0 - \sigma)} = 7,5 \text{ cm}$ .

2. (а)  $\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E}_{\text{ind}} = -\frac{\sigma r \mu_0 N'}{2} \frac{\partial i}{\partial t} \mathbf{i}_\phi$ ,  $0 \leq r \leq a$ . (б)  $P_J(t) = \int_V \mathbf{J} \cdot \mathbf{E}_{\text{ind}} dv = \frac{\sigma \pi h \mu_0^2 N'^2 a^4}{8} \left( \frac{\partial i}{\partial t} \right)^2$ .