

# КОЛОКВИЈУМ ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОТ)

28. април 2012.

**Напомене.** Колоквијум траје 150 минута. Није дозвољено напуштање сале 90 минута од почетка колоквијума. Писати искључиво хемијском оловком. Дозвољена је употреба само овога папира и вежбанке, који се морају заједно предати. Дозвољена је и употреба непрограмабилних калкулатора. Питања радити искључиво на овоме папиру, а задатке искључиво у вежбанци. Коначне одговоре на питања и тражена извођења уписати у одговарајуће кућице, уцртати у дијаграме или заокружити понуђене одговоре. Одговори без извођења се неће признати. Свако питање носи по 5 поена, а задатак по 20 поена.

Попунити податке о кандидату у следећој табели. Исте податке написати и на омоту вежбанке.

ПОДАЦИ О КАНДИДАТУ					Укупно поена	
Индекс година/број	Презиме и име					
/						
ПИТАЊА				ЗАДАЦИ		
1	2	3	4	1	2	

## ПИТАЊА

1. (а) Написати исказ Стоксове теореме и теореме Гаус-Остроградског. (б) Написати потпуни систем интегралних једначина које описују електростатичко поље у вакууму. (в) На основу претходна два одговора извести потпуни систем диференцијалних једначина које описују електростатичко поље у вакууму.

(а)	(б)	(в)
-----	-----	-----

2. (а) Полазећи од диференцијалних једначина које описују стационарно магнетско поље у линеарној хомогеној средини пермеабилности  $\mu$  и везе између вектора магнетске индукције,  $\mathbf{B}$ , и магнетског вектор-потенцијала,  $\mathbf{A}$ , извести диференцијалну једначину коју задовољава магнетски вектор-потенцијал. У свакој тачки простора је позната густина запреминских струја,  $\mathbf{J}$ . (б) Како гласи решење ове једначине?

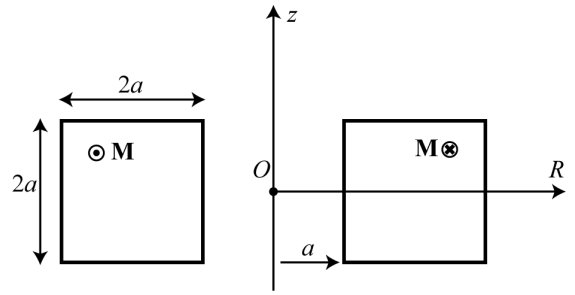
(а)	(б)
-----	-----

3. Да ли је у линеарном хомогеном несавршеном диелектрику могуће остварити стационарно струјно поље чији је вектор густине запреминске струје дат изразом  $\mathbf{J}(r) = K \frac{r}{r^2 + a^2} \mathbf{i}_\phi$ , где су  $K$  и  $a$  позитивне константе,  $r$  потег у цилиндричном координатном систему и  $\mathbf{i}_\phi$  јединични вектор у  $\phi$ -правцу цилиндричног координатног система? У диелектрику нема побудног поља ни побудних струја. Образложити одговор.

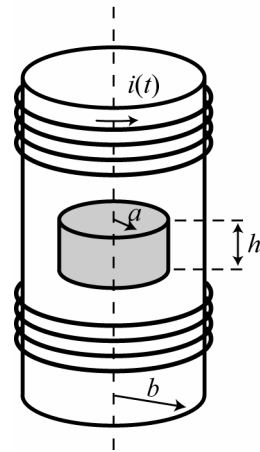
4. Полазећи од једначина које описују квазистационарно електромагнетско поље у произвољној средини извести једначину континуитета струје.

## ЗАДАЦИ

1. У сталном магнету у облику торуса, унутрашњег полупречника  $a$  и квадратног попречног пресека странице квадрата  $2a$ , постоји заостала магнетизација. Попречни пресек торуса је приказан на слици. Вектор магнетизације је дат изразом  $\mathbf{M} = -M_0 \frac{R^2 - 4aR + 3a^2}{a^2} \mathbf{i}_\phi$ , где је  $M_0$  константа, а  $a \leq R \leq 3a$  потег у цилиндричном координатном систему. Околна средина је вакуум. Одредити изразе за: (а) расподелу површинских и запреминских Амперових струја магнета, (б) вектор магнетске индукције у произвољној тачки магнета и (в) вектор јачине магнетског поља у произвољној тачки магнета. Поћи од чињенице да вектор магнетске индукције и вектор јачине магнетског поља имају само циркуларну компоненту у магнету.



2. У врло дугачком соленоиду, полупречника  $b$ , коаксијално је постављен ваљак полупречника  $a < b$  и висине  $h$ , као што је приказано на слици. Ваљак је начињен од хомогеног немагнетског материјала специфичне проводности  $\sigma$ . Подужна густина равномерно и густо мотаних завојака на соленоиду је  $N'$ . У завојцима соленоида постоји споропроменљива струја јачине  $i(t)$ . Околна средина је ваздух. Одредити изразе за: (а) тренутну вредност вектора густине запреминске струје у ваљку и (б) тренутну снагу Џулових губитака у ваљку. Занемарити магнетско поље индукованих струја у ваљку.



Напомена: изрази за дивергенцију и ротор у цилиндричном координатном систему гласе

$$\operatorname{div} \mathbf{A} = \frac{1}{r} \frac{\partial (A_r r)}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial A_\phi}{\partial \phi} + \frac{\partial A_z}{\partial z} \text{ и}$$

$$\operatorname{rot} \mathbf{A} = \left( \frac{1}{r} \frac{\partial A_z}{\partial \phi} - \frac{\partial A_\phi}{\partial z} \right) \mathbf{i}_r + \left( \frac{\partial A_r}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial r} \right) \mathbf{i}_\phi + \frac{1}{r} \left( \frac{\partial}{\partial r} (A_\phi r) - \frac{\partial A_r}{\partial \phi} \right) \mathbf{i}_z.$$

**ОДГОВОРИ НА ПИТАЊА И РЕШЕЊА ЗАДАТАКА СА КОЛОКВИЈУМА ИЗ  
ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОТ), ОДРЖАНОГ  
28. АПРИЛА 2012. ГОДИНЕ**

**ПИТАЊА**

1. (а)  $\oint_C \mathbf{A} \cdot d\mathbf{l} = \iint_S \text{rot } \mathbf{A} \cdot d\mathbf{S}$ ,  $\oint_S \mathbf{A} \cdot d\mathbf{S} = \iiint_V \text{div } \mathbf{A} \, dv$ . (б)  $\oint_C \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = 0$ ,  $\oint_S \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} = \frac{1}{\epsilon_0} \int_V \rho \, dv$ . (в)  $\text{rot } \mathbf{E} = 0$ ,  $\text{div } \mathbf{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$ .

2. (а)  $\Delta \mathbf{A} = -\mu_0 \mathbf{J}$ . (б)  $\mathbf{A} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_V \frac{\mathbf{J} dv}{r}$ .

3.  $\text{rot } \mathbf{J} \neq 0$  те не може постојати овакво стационарно струјно поље у линеарном хомогеном несавршеном диелектрику у коме нема побудног поља ни побудних струја.

4.  $\text{div } \mathbf{J} = 0$ .

**ЗАДАЦИ**

1. (а)  $\mathbf{J}_{sA}(R=a) = \mathbf{J}_{sA}(R=3a) = 0$ ,  $\mathbf{J}_{sA}(z=a) = -\mathbf{J}_{sA}(z=-a) = M \mathbf{i}_R$ ,  $\mathbf{J}_A = \text{rot } \mathbf{M} = \frac{M_0}{a^2 R} (-3R^2 + 8aR - 3a^2) \mathbf{i}_z$ ,  $a < R < 3a$ .

(б)  $\mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{M}$ . (в)  $\mathbf{H} = 0$ .

2. (а)  $\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E}_{\text{ind}} = -\frac{\sigma r \mu_0 N^2}{2} \frac{\partial i}{\partial t} \mathbf{i}_\phi$ ,  $0 \leq r \leq a$ . (б)  $P_J(t) = \int_V \mathbf{J} \cdot \mathbf{E}_{\text{ind}} dv = \frac{\sigma \mu_0^2 N^2 \pi h a^4}{8} \left( \frac{\partial i}{\partial t} \right)^2$ .

- РЕЗУЛТАТИ КОЛОКВИЈУМА ЋЕ БИТИ ОБЈАВЉЕНИ ДО 4. МАЈА У 12 ЧАСОВА.
- УВИД У ЗАДАТКЕ (У СОБИ 63) ЈЕ 4. МАЈА ОД 12:00 ДО 12:30 ЧАСОВА.

Са предмета Електромагнетика