

ИСПИТ ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОЕ, ОС, ИР)

31. јануар 2013.

Напомене. Испит траје 180 минута. Није дозвољено напуштање сале 60 минута од почетка испита. Писати искључиво хемијском оловком. Дозвољена је употреба непрограмабилних калкулатора. Дозвољена је употреба само овога папира и једне вежбанке, који се морају заједно предати. Питања радити искључиво на овоме папиру, а задатке искључиво у вежбанци. Коначне одговоре на питања и тражена извођења уписати у одговарајуће кућице, уцртати у дијаграме или заокружити понуђене одговоре. Одговори без извођења се неће признати. Вежбанка и овај папир се морају заједно предати. Свако питање носи по 5 поена, а задатак по 20 поена.

Попунити податке о кандидату у следећој табели. Исте податке написати и на омоту вежбанке.

| ПОДАЦИ О КАНДИДАТУ (попуњава кандидат) | | | | | | | КОЛОКВИЈУМ | | | | |
|--|----|---------------|----|----|--------|--------|------------|----|--------|--------------|-------|
| Индекс година/број | | Презиме и име | | | | | | | | | |
| / | | | | | | | ИСПИТ | | | | |
| ПИТАЊА | | | | | ЗАДАЦИ | | | | | | |
| 1. | 2. | 3. | 4. | 5. | 6. | Укупно | 1. | 2. | Укупно | УКУПНО ПОЕНА | ОЦЕНА |
| | | | | | | | | | | | |

ПИТАЊА

1. Посматра се гранична површ два несавршена диелектрика, релативних пермитивности $\epsilon_{r1} = 4$ и $\epsilon_{r2} = 6$, и специфичних проводности $\sigma_1 = 20 \text{ S/m}$ и σ_2 . У диелектрицима постоји стационарно струјно поље. Израчунати σ_2 тако да на граничној површи нема слободног наелектрисања.

2. (а) Написати како гласи интегрални израз за магнетски вектор-потенцијал, \mathbf{A} , у линеарној хомогеној средини пермеабилности μ , уколико је у свакој тачки познат вектор густине запреминске струје \mathbf{J} . (б) Полазећи од претходног израза и везе између вектора магнетске индукције, \mathbf{B} , и магнетског вектор-потенцијала извести интегрални израз за \mathbf{B} .

| | |
|-----|-----|
| (а) | (б) |
|-----|-----|

3. На учестаности $f = 6 \text{ GHz}$ кожа има специфичну проводност $\sigma = 4 \text{ S/m}$, релативну пермитивност $\epsilon_r = 36$ и пермеабилност μ_0 . Израчунати дубину продирања на тој учестаности.

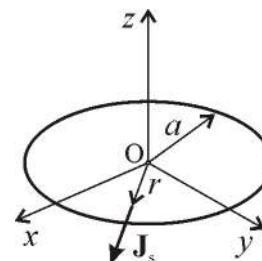
4. Комплексни представник вектора јачине електричног поља електромагнетског таласа, кружне учестаности ω , дат је изразом $\underline{\mathbf{E}} = E_0(-\mathbf{i}_x + 2\mathbf{i}_y + j3\mathbf{i}_z)$, где је E_0 константа. За овај вектор одредити: (а) тренутни интензитет, (б) минимални интензитет и (в) максимални интензитет. (г) Како је овај вектор поларизован? Образложити одговор.

5. Домен ν ограничен затвореном површи S испуњен је ваздухом. У домену постоје извори електромагнетског поља, средње снаге $P = 1 \mu\text{W}$. Површ S је начињена од савршеног проводника. На основу Поинтингове теореме израчунати укупну електромагнетску енергију која је напустила домен ν у интервалу времена од 30 минута.

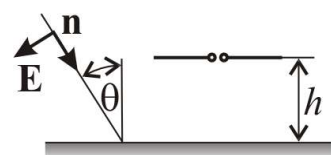
6. Примопредајни антенски систем чине две идентичне антене у слободном простору, појачања $g = 22 \text{ dB}$ и на међусобном растојању $d = 900 \text{ m}$, оријентисане тако да је пренос између њих максималан. Ако се предајна антена напаја из простопериодичног генератора учестаности $f = 5 \text{ GHz}$, снагом $P = 2 \text{ W}$, израчунати снагу коју пријемна антена предаје прилагођеном пријемнику, P_{pr} .

ЗАДАЦИ

1. У вакууму постоје струје, високе кружне учестаности ω , само по површи танке кружне плоче, полупречника a . Плоча лежи у Oxy равни Декартовог координатног система, а центар јој се поклапа са координатним почетком, као на слици. Вектор густине површинских струја дат је изразом $\mathbf{J}_s(r, t) = J_{s0} \sqrt{2} \frac{r(a-r)}{a^2} \cos(\omega t) \mathbf{i}_r$, где је $0 \leq r \leq a$ и J_{s0} је константа. Одредити комплексне представнике за: (а) вектор густине струје плоче, (б) густину површинског наелектрисања плоче и (в) вектор индукованог електричног поља у произвољној тачки на z -оси.



2. На место пријемне антене стиже раван униформан простопериодичан паралелно поларизован ТЕМ талас, ефективне вредност електричног поља $E = 1 \text{ mV/m}$ и учестаности $f = 1 \text{ GHz}$. Пријемна антена је хоризонтални полуталасни дипол који се налази изнад равне савршено проводне земље и лежи у инцидентној равни таласа, као на слици. Померањем дипола у вертикалном правцу, измерено је најмање растојање између висина на којима је ефективна вредност индуковане електромоторне силе минимална и максимална, $\Delta h = 15 \text{ cm}$. Одредити (а) угао $\theta \in [0, \pi/2]$ који правац инцидентног таласа заклапа са нормалом и (б) минималну и максималну ефективну вредност индуковане електромоторне силе у полуталасном диполу.



Напомена: израз за дивергенцију у цилиндричном координатном систему гласи $\text{div } \mathbf{A} = \frac{1}{r} \frac{\partial(A_r r)}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial A_\phi}{\partial \phi} + \frac{\partial A_z}{\partial z}$.

**ОДГОВОРИ НА ПИТАЊА И РЕШЕЊА ЗАДАТАКА СА
ИСПИТА ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОЕ, ОС, ИР),
ОДРЖАНОГ 31. ЈАНУАРА 2013. ГОДИНЕ**

ПИТАЊА

1. $\sigma_2 = \frac{\epsilon_{r2}}{\epsilon_{r1}} \sigma_1 = 30 \text{ S/m} .$
2. (а) $\mathbf{A} = \frac{\mu}{4\pi} \int_v \frac{\mathbf{J} dv}{r} .$ (б) $\mathbf{B} = \frac{\mu}{4\pi} \int_v \frac{\mathbf{J} dv \times \mathbf{r}_0}{r^2} .$
3. $\gamma = j\omega \sqrt{\mu_0 \left(\epsilon_0 \epsilon_r - j \frac{\sigma}{\omega} \right)} = \alpha + j\beta \approx (124 + j764) \text{ m}^{-1} , \delta = \alpha^{-1} \approx 8 \text{ mm} .$
4. (а) $E(t) = \sqrt{2} E_0 \sqrt{5 \cos^2(\omega t) + 9 \sin^2(\omega t)} .$ (б) $E_{\min} = E_0 \sqrt{10} .$ (в) $E_{\max} = E_0 3\sqrt{2} .$ (г) Вектор је елиптички поларизован.
5. $W_{\text{em}} = 0 .$
6. $P_{\text{pr}} \approx 1,4 \mu\text{W} .$

ЗАДАЦИ

1. (а) $\underline{\mathbf{J}}_s = J_{s0} \frac{r(a-r)}{a^2} \mathbf{i}_r .$ (б) $\underline{\rho}_s = j \frac{J_{s0}}{\omega a^2} (2a - 3r) .$ (в) $\underline{E}_{\text{ind}} = 0 .$
2. $\epsilon(h) = 2 \frac{\lambda}{\pi} EF \sin(\beta h \cos \theta) , F = \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2} \sin \theta\right)}{\cos \theta} , \epsilon_{\max} \Rightarrow \sin(\beta h_{\max} \cos \theta) = \pm 1 \Rightarrow \beta h_{\max} \cos \theta = (2k + 1)\pi / 2 ,$
 $\epsilon_{\min} \Rightarrow \sin(\beta h_{\min} \cos \theta) = 0 \Rightarrow \beta h_{\min} \cos \theta = k\pi , \Delta h = h_{\max} - h_{\min} = \frac{\lambda}{4 \cos \theta} ,$
 (а) $\cos \theta = \frac{\lambda}{4 \Delta h} = 0.5 \Rightarrow \theta = \frac{\pi}{3} ,$ (б) $\epsilon_{\max} = \frac{2\lambda}{\pi} EF = 79,79 \mu\text{V} .$