

КОЛОКВИЈУМ ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОГ, ОЕ, ОС)

16. новембар 2013.

Напомене. Колоквијум траје 150 минута. Није дозвољено напуштање сале 90 минута од почетка колоквијума. Писати искључиво хемијском оловком. Дозвољена је употреба само овога папира и вежбанке, који се морају заједно предати. Дозвољена је и употреба непрограмабилних калкулатора. Питања радити искључиво на овоме папиру, а задатке искључиво у вежбанци. Коначне одговоре на питања и тражена извођења уписати у одговарајуће кућице, уцртати у дијаграме или заокружити понуђене одговоре. Одговори без извођења се неће признати. Свако питање носи по 5 поена, а задатак по 20 поена.

Попунити податке о кандидату у следећој табели. Исте податке написати и на омоту вежбанке.

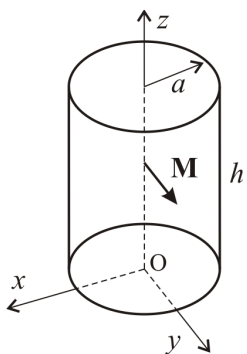
ПОДАЦИ О КАНДИДАТУ					Укупно поена	
Индекс година/број	Презиме и име					
/						
ПИТАЊА				ЗАДАЦИ		
1	2	3	4	1	2	

ПИТАЊА

1. Запреминска наелектрисања константне густине ρ распоређена су у ваздуху по домену облика веома дугачког цилиндра, полупречника a , чија се оса поклапа са z -осом цилиндричног координатног система. Коришћењем датих израза за просторне изводе и уочавањем симетрије у задатом проблему, изразити Поасонову једначину у цилиндричном координатном систему, у тачкама (а) у цилиндру и (б) ван цилиндра.

(а)	(б)
-----	-----

2. Прав ваљак од феромагнетика, по чијој запремини постоји заостала магнетизација, налази се у ваздуху. Оса ваљка лежи на z -оси Декартовог координатног система, а доњи базис у Oxy -равни, као на слици. Вектор магнетизације дат је изразом $\mathbf{M} = M_0 \frac{z+h}{h} \mathbf{i}_y$, где је M_0 константа, а h висина ваљка. Одредити расподелу Амперових струја ваљка.

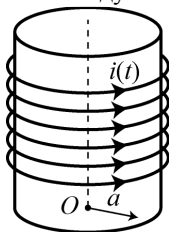


--

3. (а) Написати потпуни систем диференцијалних једначина за квазистационарно електромагнетско поље у изотропној линеарној хомогеној средини пермитивности ϵ и пермеабилности μ . (б) Полазећи од претходних једначина, показати како се уведе магнетски вектор-потенцијал, \mathbf{A} , и електрични скалар-потенцијал, V . (в) Како се у квазистационарном пољу усваја $\text{div } \mathbf{A}$?

(а)	(б)	(в)
-----	-----	-----

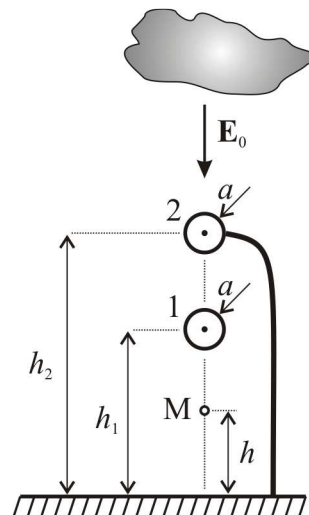
4. На слици је приказан део врло дугачког соленоида у ваздуху, полупречника попречног пресека a , у чијим завојцима, подужне густине N' , постоји споро променљива струја јачине $i(t)$. (а) Полазећи од израза за магнетски вектор-потенцијал, показати како изгледају линије индукваног електричног поља у соленоиду. (б) Одредити интензитет вектора јачине индукваног електричног поља у соленоиду и ван њега.



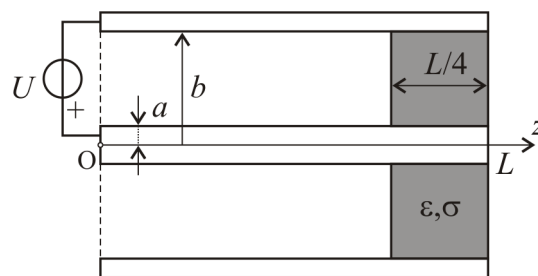
(а)	(б)
-----	-----

ЗАДАЦИ

1. Два веома дугачка цилиндрична проводника постављена су (у ваздуху) паралелно проводној земљи, вертикално један изнад другог, на висинама $h_1 = 400a$ и $h_2 = 500a$, где је $a = 2\text{ cm}$ полупречник попречног пресека проводника. Проводници се налазе у хомогеном електростатичком пољу олујног облака, као на слици. Вектор јачине електричног поља које облак ствара нормалан је на земљу и усмерен ка њој, интензитета $E_0 = 0,15\text{ kV/m}$. Проводник 2 је уземљен, док је потенцијал проводника 1 у односу на земљу $V_1 = 1,32\text{ kV}$. Израчунати: (а) подужна наелектрисања проводника 1, Q'_1 , и проводника 2, Q'_2 , и (б) интензитет вектора јачине електричног поља на висини $h = 200a$, дуж правца који спаја осе проводника (у тачки М), E_M .



2. На слици је приказан уздужни пресек правога коаксијалног вода, дужине L , чији су проводници савршени, полупречника a и b ($L \gg a, b$). Завршна четвртина вода испуњена је линеарним хомогеним несавршеним диелектриком пермитивности ϵ и специфичне проводности σ , а у остатку вода је ваздух. Вод је на крају испуњеном диелектриком отворен, а на другом крају је прикључен на генератор временски константног напона U . Занемарујући ивичне ефекте, одредити (а) јачину струје у унутрашњем проводнику вода, $I(z)$, (б) проводност вода, G , и (в) капацитивност вода, C и (г) расподелу запреминских и површинских везаних наелектрисања у диелектрицима вода.



Напомена: у цилиндричном координатном систему је

$$\text{grad } f = \frac{\partial f}{\partial r} \mathbf{i}_r + \frac{1}{r} \frac{\partial f}{\partial \phi} \mathbf{i}_\phi + \frac{\partial f}{\partial z} \mathbf{i}_z,$$

$$\text{div } \mathbf{A} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rA_r) + \frac{1}{r} \frac{\partial A_\phi}{\partial \phi} + \frac{\partial A_z}{\partial z}.$$

ОДГОВОРИ НА ПИТАЊА И РЕШЕЊА ЗАДАТАКА СА КОЛОКВИЈУМА ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ ОДРЖАНОГ 16. НОВЕМБРА 2013. ГОДИНЕ

ПИТАЊА

1. (a) $\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial V}{\partial r} \right) = -\frac{\rho}{\epsilon_0}$. (б) $\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial V}{\partial r} \right) = 0$.

2. По запремини је $\mathbf{J}_A = \text{rot} \mathbf{M} = -\frac{M_0}{h} \mathbf{i}_x$, на доњем базису $\mathbf{J}_{sA}(z=0) = -M_0 \mathbf{i}_x$, горњем базису $\mathbf{J}_{sA}(z=h) = 2M_0 \mathbf{i}_x$, а на омотачу $\mathbf{J}_{sA}(\phi) = -M_0 \frac{z+h}{h} \cos \phi \mathbf{i}_z$, где је $\phi \in [0, 2\pi]$ угао између вектора \mathbf{i}_x и нормале на посматрани део површи омотача.

3. (a) $\text{rot} \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$, $\text{rot} \mathbf{H} = \mathbf{J}$, $\text{div} \mathbf{D} = \rho$, $\text{div} \mathbf{B} = 0$, $\mathbf{D} = \epsilon \mathbf{E}$, $\mathbf{B} = \mu \mathbf{H}$, $\mathbf{J} = \mathbf{J}(\mathbf{E})$. (б) $\text{div} \mathbf{B} = 0 \Rightarrow \mathbf{B} = \text{rot} \mathbf{A}$,

$\text{rot} \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \Rightarrow \text{rot} \left(\mathbf{E} + \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} \right) = 0 \Rightarrow \mathbf{E} + \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} = -\text{grad} V$. (в) $\text{div} \mathbf{A} = 0$

4. (a) Линије индукованог електричног поља су кружнице са центром на оси соленоида. (б) $\mathbf{E}_{\text{ind}}(r) = -\frac{\mu_0 N' r}{2} \frac{di(t)}{dt} \mathbf{i}_\phi$,

$0 \leq r < a$, $\mathbf{E}_{\text{ind}}(r) = -\frac{\mu_0 N' a^2}{2} \frac{di(t)}{dt} \frac{1}{r} \mathbf{i}_\phi$, $a < r$.

ЗАДАЦИ

1. (a) $Q_1' = 5,54 \frac{\text{nC}}{\text{m}}$, $Q_2' = -13,84 \frac{\text{nC}}{\text{m}}$. (б) $E_M = 123,95 \text{ V/m}$.

2. $I(z) = \begin{cases} \frac{2\pi\sigma L}{\ln \frac{b}{a}} U, & 0 \leq z \leq \frac{3L}{4} \\ \frac{2\pi\sigma}{\ln \frac{b}{a}} (L-z)U, & \frac{3L}{4} \leq z \leq L \end{cases}$. (б) $G = \frac{2\pi\sigma L}{\ln \frac{b}{a}}$. (в) $C = \frac{2\pi\epsilon_0}{\ln \frac{b}{a}} \frac{3L}{4} + \frac{2\pi\epsilon}{\ln \frac{b}{a}} \frac{L}{4}$. (г) Запреминска везана наелектрисања не

постоје, док површинска везана наелектрисања постоје само у несавршеном диелектрику, уз унутрашњи проводник,

$\rho_{\text{ps}}(r=a^+) = -(\epsilon - \epsilon_0) \frac{U}{a \ln \frac{b}{a}}$ и уз спољашњи проводник, $\rho_{\text{ps}}(r=b^-) = (\epsilon - \epsilon_0) \frac{U}{b \ln \frac{b}{a}}$.

Увид у радове је **25.11.2013. од 12:15 до 13:00** у соби **63**.

Са предмета