

# ИСПИТ ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОФ, ОС, ОЕ, ИР)

29. август 2014.

**Напомене.** Испит траје 180 минута. Није дозвољено напуштање сале 60 минута од почетка испита. Писати искључиво хемијском оловком. Дозвољена је употреба непрограмабилних калкулатора. Дозвољена је употреба само овога папира и једне вежбанке, који се морају заједно предати. Питања радити искључиво на овоме папиру, а задатке искључиво у вежбанци. Коначне одговоре на питања и тражена извођења уписати у одговарајуће кућице, уцртати у дијаграме или заокружити понуђене одговоре. Одговори без извођења се неће признати. Вежбанка и овај папир се морају заједно предати. Свако питање носи по 5 поена, а задатак по 20 поена.

**Попунити податке о кандидату у следећој табелици. Исте податке написати и на омоту вежбанке.**

ПОДАЦИ О КАНДИДАТУ (попуњава кандидат)										КОЛОКВИЈУМ		
Индекс година/број		Презиме и име										
/										ИСПИТ		
ПИТАЊА							ЗАДАЦИ			УКУПНО ПОЕНА	ОЦЕНА	
1.	2.	3.	4.	5.	6.	Укупно	1.	2.	Укупно			

## ПИТАЊА

1. У вакууму је познат потенцијал  $V(x, y, z) = \frac{4V_0}{\pi} e^{-(\pi y/a)} \sin\left(\frac{\pi x}{a}\right)$  тачака у Декартовом координатном систему, које задовољавају услове  $0 \leq x \leq a$ ,  $0 \leq y \leq +\infty$  и  $-\infty \leq z \leq +\infty$ , где су  $V_0$  и  $a$  константе. У тачкама у којима је познат потенцијал одредити: (а) вектор јачине електричног поља, и (б) густину запреминског наелектрисања.

(а)	(б)
-----	-----

2. (а) Написати потпуни систем диференцијалних једначина за стационарно магнетско поље у немагнетској средини у чијој је свакој тачки познат вектор густине запреминске струје  $\mathbf{J}$ . (б) Написати везу између вектора магнетске индукције и магнетског вектор-потенцијала. (в) Полазећи од претходних резултата, извести диференцијалну једначину коју задовоља магнетски вектор-потенцијал.

3. Написати везу између електричног скалар-потенцијала и магнетског вектор-потенцијала у брзопроменљивом пољу (Лоренцов услов) у (а) временском домену, и (б) фреквенцијском домену. Усвојити потребне величине.

(а)	(б)
-----	-----

4. Раван униформан простопериодичан TEM талас простире се у вакууму. Површинска густина средње снаге која се преноси таласом је  $10 \mu\text{W}/\text{m}^2$ . Израчунати ефективне вредности (а) електричног поља, и (б) магнетског поља овог таласа.

(а)	(б)
-----	-----

5. За линеаран хомоген материјал познати су површинска отпорност  $R_s$  и дубина продирања  $\delta$  на учестаности  $f$ . Уколико су параметри материјала константни, на учестаности  $f' = 4f$  за исти материјал одредити: (а) површинску отпорност,  $R'_s$ , и (б) дубину продирања,  $\delta'$ .

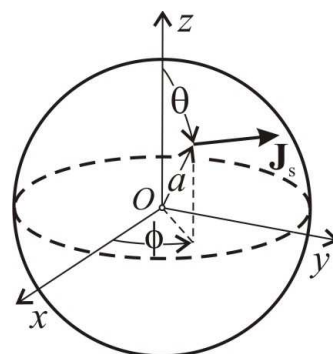
(а)	(б)
-----	-----

6. (а) Написати дефинициони израз за усмереност антене. (б) Полазећи од претходног израза и коришћењем општерг израза за вектор јачине електричног поља антене у зони зрачења, извести израз за рачунање усмерености антене, у функцији карактеристичне функције зрачења и отпорности зрачења, у односу на изотропни радијатор.

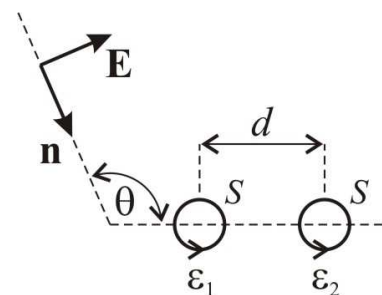
(а)	(б)
-----	-----

### ЗАДАЦИ

1. У вакууму постоје простопериодичне струје, високе кружне учестаности  $\omega$ , само по површи сфере полупречника  $a$ . У сферном координатном систему вектор густине површинских струја дат је изразом  $\mathbf{J}_s(\theta, \phi, t) = \sqrt{2} J_{s0} \sin \theta \cos \frac{\phi}{2} \cos \omega t \mathbf{i}_\phi$ , где је  $J_{s0}$  константа,  $0 \leq \theta \leq \pi$ ,  $-\pi \leq \phi \leq \pi$ . Одредити, у комплексном облику, изразе за: (а) густину површинских наелектрисања сфере, (б) вектор јачине електричног поља ових наелектрисања у координатном почетку (тачки  $O$ ), и (в) вектор јачине индукованог електричног поља у координатном почетку (тачки  $O$ ).



2. Раван униформан простопериодичан линијски поларизован TEM талас, непознате ефективне вредности електричног поља  $E$  и учестаности  $f = 400 \text{MHz}$ , простире се кроз вакуум у правцу и смеру орта  $\mathbf{n}$  приказаног на слици. У пољу овог таласа налазе се две електрички мале контуре, једнаких површина  $S = 12 \text{cm}^2$ , чији су центри на растојању  $d = 1,5 \text{m}$ . Контуре леже у равни паралелној вектору јачине електричног поља таласа,  $\mathbf{E}$ . Познате су комплексне индуковане електромоторне силе у контурама,  $\epsilon_1 = 1 \text{mV}$  и  $\epsilon_2 = 0,5(-1 + j\sqrt{3}) \text{mV}$ , у односу на референтне смерове приказане на слици. Израчунати: (а) угао  $\theta$  ( $\pi/2 \leq \theta \leq \pi$ ), приказан на слици, који заклапају правац орта  $\mathbf{n}$  и правац на коме леже центри контура, и (б) ефективну вредности електричног поља таласа,  $E$ .



### Напомена

У сферном координатном систему је  $\text{div } \mathbf{A} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (A_r r^2) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (A_\theta \sin \theta) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial A_\phi}{\partial \phi}$ .

**ОДГОВОРИ НА ПИТАЊА И РЕШЕЊА ЗАДАТАКА СА  
ИСПИТА ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОФ, ОС, ОЕ, ИР),  
ОДРЖАНОГ 29. АВГУСТА 2014. ГОДИНЕ**

**ПИТАЊА**

1. (a)  $\mathbf{E} = -\text{grad}V = \frac{4V_0}{a} e^{-(\pi y/a)} \left( -\cos\left(\frac{\pi x}{a}\right) \mathbf{i}_x + \sin\left(\frac{\pi x}{a}\right) \mathbf{i}_y \right)$ , (б)  $\rho = -\epsilon_0 \left( \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} \right) = 0$ .

2. (a)  $\text{rot } \mathbf{H} = \mathbf{J}$ ,  $\text{div } \mathbf{B} = 0$ ,  $\mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{H}$ , (б)  $\mathbf{B} = \text{rot } \mathbf{A}$ , (в)  $\Delta \mathbf{A} = -\mu_0 \mathbf{J}$ .

3. (a)  $\text{div } \mathbf{A} = -\epsilon \mu \frac{\partial V}{\partial t}$  и (б)  $\text{div } \underline{\mathbf{A}} = -j\omega \epsilon \mu \underline{V}$ .

4. (a)  $E = \sqrt{120\pi\Omega 10 \frac{\mu\text{W}}{\text{m}^2}} = 61,4 \frac{\text{mV}}{\text{m}}$ , (б)  $H = \sqrt{10 \frac{\mu\text{W}}{\text{m}^2} / 120\pi\Omega} = 162,9 \frac{\mu\text{A}}{\text{m}}$ .

5.  $R'_s = 2R_s$ , (б)  $\delta' = \frac{1}{2} \delta$ .

6. (a)  $D = \frac{I_{zr}}{I_{\text{srednje}}}$ . (б)  $D = \frac{r^2 E^2 / Z_0}{P_{zr} / 4\pi} = \frac{Z_0 F^2}{\pi R_{zr}}$ .

**ЗАДАЦИ**

1. (a)  $\underline{\rho}_s = -j \frac{J_{s0}}{2\omega a} \sin \frac{\phi}{2}$ , (б)  $\underline{\mathbf{E}}_q = j \frac{J_{s0}}{6\epsilon_0 \omega a} (1 + j\beta a) e^{-j\beta a} \mathbf{i}_y$ , (в)  $\underline{\mathbf{E}}_{\text{ind}} = -j\omega \frac{\mu_0 J_{s0} a e^{-j\beta a}}{6} \mathbf{i}_y$ ,  $\beta = \omega \sqrt{\mu_0 \epsilon_0}$ .

2. (a)  $\theta = 109,5^\circ$ , (б)  $E = 99,5 \frac{\text{mV}}{\text{m}}$ .

- РЕЗУЛТАТИ ИСПИТА ЋЕ БИТИ ОБЈАВЉЕНИ ДО 2. СЕПТЕМБРА У 11:45 ЧАСОВА.
- УВИД У ЗАДАТКЕ (У СОБИ 63) ЈЕ 2. СЕПТЕМБРА ОД 11:45 ДО 12:15 ЧАСОВА.

Са предмета Електромагнетика