

ИСПИТ ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОГ)

19. септембар 2014.

Напомене. Испит траје 180 минута. Није дозвољено напуштање сале 60 минута од почетка испита. Писати искључиво хемијском оловком. Дозвољена је употреба непрограмабилних калкулатора. Дозвољена је употреба само овога папира и једне вежбанке, који се морају заједно предати. Питања радити искључиво на овоме папиру, а задатке искључиво у вежбанци. Коначне одговоре на питања и тражена извођења уписати у одговарајуће кућице, уцртати у дијаграме или заокружити понуђене одговоре. Одговори без извођења се неће признати. Вежбанка и овај папир се морају заједно предати. Свако питање носи по 5 поена, а задатак по 20 поена.

Попунити податке о кандидату у следећој табели. Исте податке написати и на омоту вежбанке.

ПОДАЦИ О КАНДИДАТУ (попуњава кандидат)							КОЛОКВИЈУМ				
Индекс година/број		Презиме и име									
/							ИСПИТ				
ПИТАЊА						ЗАДАЦИ					
1.	2.	3.	4.	5.	6.	Укупно	1.	2.	Укупно	УКУПНО ПОЕНА	ОЦЕНА

ПИТАЊА

1. Да ли је, у вакууму, могуће остварити електростатичко поље чији је потенцијал дат изразом $V(r) = Q \frac{e^{-\alpha r}}{r} (1 + \alpha r)$, $r > 0$, у сферном координатном систему, где су Q и α познате константе? Образложити одговор.

2. На површи сфере полупречника a постоји наелектрисање константне површинске густине ρ_s . Сфера ротира временски променљивом угаonom брзином $w(t)$ око осе која пролази кроз центар сфере. Средина је немагнетска. Одредити магнетски вектор-потенцијал у центру сфере.

3. (а) Како се дефинише комплексна пермитивност у линеарним срединама са губицима? (б) Израчунати комплексну пермитивност диелектрика релативне пермитивности $\epsilon_r = 4$ и специфичне проводности $\sigma = 0,01 \text{ S/m}$, на учестаности $f = 2,4 \text{ GHz}$.

(а)	(б)
-----	-----

4. Комплексни представник вектора јачине електричног поља равног TEM таласа дат је изразом $\underline{\mathbf{E}} = (10\mathbf{i}_x - j4\mathbf{i}_y) \text{ mV/m}$.

Израчунати (а) минимални тренутни интензитет вектора јачине електричног поља, и (б) максимални тренутни интензитет вектора јачине електричног поља. (в) Одредити поларизацију вектора јачине електричног поља.

(а)	(б)	(в)
-----	-----	-----

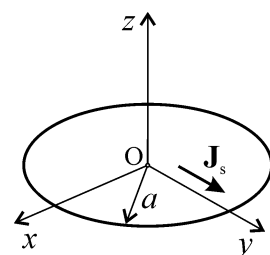
5. Израчунати опсег учестаности простопериодичне брзопроменљиве струје у бакарном проводнику ($\sigma = 56 \text{ MS/m}$) тако да дубина продирања буде мања од $100 \mu\text{m}$.

6. (а) Написати везу између електричног скалар–потенцијала и магнетског вектор–потенцијала (Лоренцов услов) у комплексном облику, ако је средина ваздух. (б) Полазећи од израза за комплексни вектор јачине електричног поља, у ваздуху, изражен преко електричног скалар–потенцијала и магнетског вектор–потенцијала, и Лоренцовог услова, извести израз за комплексни вектор јачине електричног поља изражен само преко магнетског вектор–потенцијала.

(а)	(б)
-----	-----

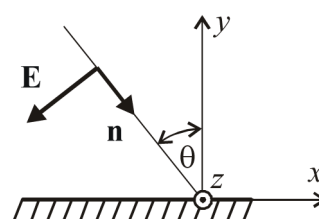
ЗАДАЦИ

1. Веома танка, савршено проводна кружна плоча, полупречника a , лежи у Oxy – равни Декартовог координатног система, тако да јој је центар у координатном почетку, као на слици. У плочи постоје брзопроменљиве површинске струје учестаности f и комплексне густине $\underline{\mathbf{J}}_s = \underline{J}_{s0} \mathbf{i}_y$, где је \underline{J}_{s0} комплексна константа.



На z –оси одредити комплексне представнике: (а) магнетског вектор–потенцијала, и (б) вектора магнетске индукције.

2. Раван униформан простопериодичан линијски поларизован TEM талас учестаности $f = 400 \text{ MHz}$ наилази из вакуума, под непознатим углом θ у односу на нормалу, на савршено проводну раван. Вектор јачине електричног поља овог таласа, \mathbf{E} , паралелан је равни инциденције, као на слици. Ефективна вредност резултантног вектора магнетског поља има максималну вредност на висини $y_{\text{max}} = 1,25 \text{ m}$ изнад проводне равни. Израчунати све могуће вредности угла θ ($0 < \theta < \pi/2$).



У сферном координатном систему: $\text{grad } f = \frac{\partial f}{\partial r} \mathbf{i}_r + \frac{1}{r} \frac{\partial f}{\partial \theta} \mathbf{i}_\theta + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial f}{\partial \phi} \mathbf{i}_\phi$ и

$$\text{rot } \mathbf{A} = \frac{1}{r \sin \theta} \left(\frac{\partial}{\partial \theta} (\sin \theta A_\phi) - \frac{\partial A_\theta}{\partial \phi} \right) \mathbf{i}_r + \frac{1}{r} \left(\frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial A_r}{\partial \phi} - \frac{\partial}{\partial r} (r A_\phi) \right) \mathbf{i}_\theta + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial}{\partial r} (r A_\theta) - \frac{\partial A_r}{\partial \theta} \right) \mathbf{i}_\phi.$$

Напомена: $\frac{(1 + j\beta R)e^{-j\beta R}}{R^2} = -\frac{d}{dR} \left(\frac{e^{-j\beta R}}{R} \right).$

**ОДГОВОРИ НА ПИТАЊА И РЕШЕЊА ЗАДАТАКА СА
ИСПИТА ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОГ),
ОДРЖАНОГ 19. СЕПТЕМБРА 2014. ГОДИНЕ**

ПИТАЊА

1. Вектор електростатичког поља које одговара овом потенцијалу је $\mathbf{E} = Qe^{-\alpha r} \left(\alpha^2 + \frac{\alpha}{r} + \frac{1}{r^2} \right) \mathbf{i}_r$. Овај вектор задовољава једначину $\text{rot } \mathbf{E} = 0$, те је могуће остварити овакво електростатичко поље.
2. $\mathbf{A} = 0$.
3. (a) $\underline{\epsilon} = \epsilon - j \frac{\sigma}{\omega}$, (б) $\underline{\epsilon} \approx (35,4 - j0,66) \text{ pF/m}$.
4. (a) $E_{\min} = 4\sqrt{2} \text{ mV/m}$, (б) $E_{\max} = 10\sqrt{2} \text{ mV/m}$, (в) Вектор јачине електричног поља је елиптички поларизован.
5. $f > 452,3 \text{ kHz}$.
6. (a) $\text{div } \underline{\mathbf{A}} = -j\omega \epsilon_0 \mu_0 \underline{V}$. (б) $\underline{\mathbf{E}} = -\frac{j}{\omega \epsilon_0 \mu_0} \text{grad div } \underline{\mathbf{A}} - j\omega \underline{\mathbf{A}}$.

ЗАДАЦИ

1. (a) $\underline{\mathbf{A}} = j \frac{1}{2\beta} \underline{J}_{s0} \left(e^{-j\beta\sqrt{z^2+a^2}} - e^{-j\beta|z|} \right) \mathbf{i}_y$, (б) $\underline{\mathbf{B}} = \frac{1}{2} \mu_0 \underline{J}_{s0} z \left(\frac{e^{-j\beta|z|}}{|z|} - \frac{e^{-j\beta\sqrt{z^2+a^2}}}{\sqrt{z^2+a^2}} \right) \mathbf{i}_x$, $\beta = 2\pi f \sqrt{\mu_0 \epsilon_0}$.
2. $\cos \theta_k = k \frac{c_0}{2y_{\max} f} = 0,3k \Rightarrow \theta_1 = 72,54$, $\theta_2 = 53,13$, $\theta_3 = 25,84$.

- РЕЗУЛТАТИ ИСПИТА ЋЕ БИТИ ОБЈАВЉЕНИ ДО 23. СЕПТЕМБРА У 10:30 ЧАСОВА.
- УВИД У ЗАДАТКЕ (У СОБИ 63) ЈЕ 23. СЕПТЕМБРА ОД 10:30 ДО 11:00 ЧАСОВА.

Са предмета Електромагнетика