

# ИСПИТ ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОТ)

15. јануар 2015.

**Напомене.** Испит траје 180 минута. Није дозвољено напуштање сале 60 минута од почетка испита. Писати искључиво хемијском оловком. Дозвољена је употреба непрограмабилних калкулатора. Дозвољена је употреба само овога папира и једне вежбанке, који се морају заједно предати. Питања радити искључиво на овоме папиру, а задатке искључиво у вежбанци. Коначне одговоре на питања и тражена извођења уписати у одговарајуће кућице, учртати у дијаграме или заокружити понуђене одговоре. Одговори без извођења се неће признати. Вежбанка и овај папир се морају заједно предати. Свако питање носи по 5 поена, а задатак по 20 поена.

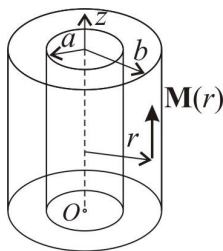
**Попунити податке о кандидату у следећој табели. Исте податке написати и на омоту вежбанке.**

ПОДАЦИ О КАНДИДАТУ (попуњава кандидат)							КОЛОКВИЈУМ				
Индекс година/број		Презиме и име									
/							ИСПИТ				
ПИТАЊА						ЗАДАЦИ			УКУПНО ПОЕНА	ОЦЕНА	
1.	2.	3.	4.	5.	6.	Укупно	1.	2.			Укупно

## ПИТАЊА

**1.** Одредити коефицијенте потенцијала за систем који чине две концентричне, бесконачно танке сферне металне љуске, полупречника  $a$  (љуска 1) и  $b$  (љуска 2), при чему је  $a < b$ . Љуске се налазе у ваздуху. Референтну тачку за потенцијал узети у бесконачности.

**2.** У дугачком шупљем ваљку од феромагнетика, унутрашњег полупречника  $a$  и спољашњег полупречника  $b$ , приказаном на слици, познат је вектор магнетизације  $\mathbf{M}(r) = M_0(b/r)\mathbf{i}_z$ , где је  $M_0$  скаларна константа и  $a \leq r \leq b$ . Одредити расподелу Амперових струја ваљка. Околна средина је ваздух.



**3.** Написати потпуни систем диференцијалних једначина, у временском домену, за квазистационарно електромагнетско поље у изотропној линеарној хомогеној средини пермитивности  $\epsilon$ , пермеабилности  $\mu$  и специфичне проводности  $\sigma$ , у чијој је свакој тачки познат вектор густине побудних струја,  $\mathbf{J}_i$ .

**4.** За простопериодичан вектор чији је комплексни представник дат изразом  $\mathbf{A} = (2\mathbf{i}_x + \mathbf{i}_y) + j(\mathbf{i}_x - 2\mathbf{i}_y - 3\mathbf{i}_z)$  израчунати (а) минимални интензитет и (б) максимални интензитет. (в) Како је поларизован овај вектор? Одговор образложити.

(а)	(б)	(в)

5. (а) Полазећи од Максвелових једначина, у комплексном облику, у средини параметара  $\sigma$ ,  $\epsilon$  и  $\mu$ , увести комплексну пермитивност,  $\underline{\epsilon}$ . (б) По аналогији са фазним коефицијентом у непроводним срединама увести комплексни коефицијент простирања. (в) Полазећи од претходног израза извести изразе за коефицијент слабљења и фазни коефицијент у случају средине која је, на учестаности  $f$ , добар (али несавршен) диелектрик.

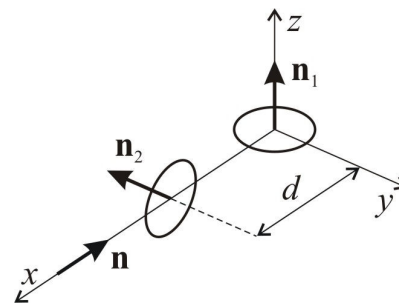
(а)	(б)	(в)

6. Цилиндрични проводник, полупречника попречног пресека  $a$ , начињен је од немагнетског материјала специфичне проводности  $\sigma$ . Одредити подужну средњу снагу Цулових губитака на учестаности  $f$  на којој је изражен површински ефекат. Позната је ефективна вредност тангенцијалне компоненте вектора јачине магнетског поља на површи проводника,  $H_t$ .

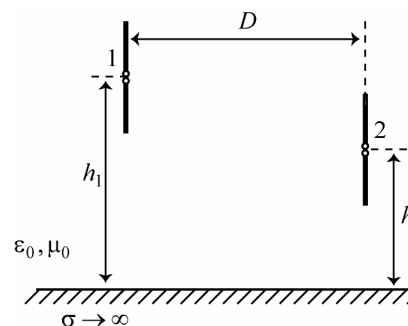
--

### ЗАДАЦИ

1. Раван линијски поларизован простопериодичан ТЕМ талас простира се кроз ваздух у правцу и смеру орта  $\mathbf{n} = -\mathbf{i}_x$ . Дуж  $x$ -осе постављене су две електрички мале равне контуре, једнаких површина  $S = 0,8 \text{ cm}^2$ , као на слици. Центри контура су на растојању  $d = 1,5 \text{ m}$ . Познате су нормале на површи контура,  $\mathbf{n}_1 = \mathbf{i}_z$  и  $\mathbf{n}_2 = -\mathbf{i}_y$ . Комплексни вектор јачине електричног поља таласа у центру друге контуре је  $\underline{\mathbf{E}} = 0,5 E_0 (-\sqrt{3} \mathbf{i}_y + \mathbf{i}_z)$ , где је  $E_0$  позитивна реална константа. Према референтним смеровима који су са ортовима површи повезани правилном десне завојнице, емс индукована у другој контури фазно предњачи емс индукованој у првој контури за  $\Delta\phi = \pi/2$ . Ефективна вредност емс индуковане у првој контури је  $\epsilon_1 = 0,435 \text{ mV}$ . Израчунати: (а) ефективну вредност емс индуковане у другој контури,  $\epsilon_2$ , (б) све могуће учестаности таласа  $f_k$ , такве да важи  $0,8 \text{ GHz} \leq f_k \leq 1,2 \text{ GHz}$ , и (в) ефективне вредности електричног поља таласа на учестаностима  $f_k$ .



2. Два полуталасна дипола постављена су у ваздуху, паралелно један другом, као на слици. Диполи леже у равни која је нормална на савршено проводну раван. Први дипол се налази на висини  $h_1 = 4 \text{ m}$ , а други дипол на висини  $h_2 = 3 \text{ m}$ . Хоризонтално растојање између центара дипола је  $D = 5 \text{ m}$ . Први дипол се напаја из простопериодичног генератора учестаности  $f = 5 \text{ GHz}$ , снагом  $P_1 = 1 \text{ mW}$ . (а) Израчунати ефективну вредност индуковане електромоторне силе у другом диполу. (б) Скицирати како треба поставити други дипол, за дате вредности  $D$ ,  $h_1$ , и  $h_2$ , тако да се у њему индукује електромоторна сила која потиче само од директног таласа који потиче од предајне антене.



**Напомена:** у цилиндричном координатном систему је

$$\text{rot } \mathbf{A} = \left( \frac{1}{r} \frac{\partial A_z}{\partial \phi} - \frac{\partial A_\phi}{\partial z} \right) \mathbf{i}_r + \left( \frac{\partial A_r}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial r} \right) \mathbf{i}_\phi + \frac{1}{r} \left( \frac{\partial}{\partial r} (r A_\phi) - \frac{\partial A_r}{\partial \phi} \right) \mathbf{i}_z.$$

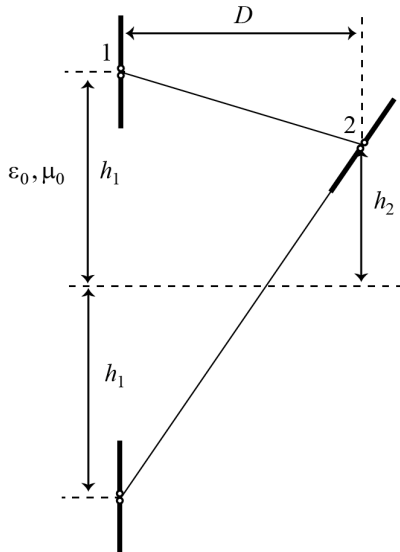
**ОДГОВОРИ НА ПИТАЊА И РЕШЕЊА ЗАДАТАКА СА  
ИСПИТА ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОТ),  
ОДРЖАНОГ 15. ЈАНУАРА 2015. ГОДИНЕ**

**ПИТАЊА**

1.  $a_{11} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 a}$ ,  $a_{12} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 b} = a_{21} = a_{22}$ .
2.  $\mathbf{J}_A = \frac{M_0 b}{r^2} \mathbf{i}_\phi$ ,  $\mathbf{J}_{sA}(r=a) = -M_0 \frac{b}{a} \mathbf{i}_\phi$ ,  $\mathbf{J}_{sA}(r=b) = M_0 \mathbf{i}_\phi$ , а површинске Амперове струје су нула на базисима.
3.  $\text{rot } \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$ ,  $\text{rot } \mathbf{H} = \mathbf{J} + \mathbf{J}_i$ ,  $\text{div } \mathbf{D} = \rho$ ,  $\text{div } \mathbf{B} = 0$ ,  $\mathbf{D} = \epsilon \mathbf{E}$ ,  $\mathbf{B} = \mu \mathbf{H}$ ,  $\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E}$ .
4. (а)  $A_{\min} = \sqrt{10}$ . (б)  $A_{\max} = 2\sqrt{7}$ . (в) Вектор је поларизован елиптички.
5. (а)  $\text{rot } \mathbf{H} = \sigma \mathbf{E} + j\omega \epsilon \mathbf{E} = j\omega \left( \epsilon + \frac{\sigma}{j\omega} \right) \mathbf{E} = j\omega \underline{\epsilon} \mathbf{E}$ . (б)  $\underline{\gamma} = j\omega \sqrt{\underline{\epsilon} \mu} = \alpha + j\beta$ . (в)  $\alpha = \frac{\sigma}{2} \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}}$ ,  $\beta = 2\pi f \sqrt{\epsilon \mu}$ .
6.  $P'_j = \sqrt{\frac{\pi \mu_0 f}{\sigma}} H_t^2 2\pi a$ .

**ЗАДАЦИ**

1. (а)  $\epsilon_2 \approx 0,251 \text{ mV}$ , (б)  $f_1 = 950 \text{ MHz}$ ,  $f_2 = 1150 \text{ MHz}$ , (в)  $E_1 \approx 0,316 \frac{\text{V}}{\text{m}}$ ,  $E_2 \approx 0,261 \frac{\text{V}}{\text{m}}$ .
2. Применом теореме ликова утицај савршено проводне равни замењује се ликом предајне антене. Карактеристичне функције зрачења су  $F_1 \approx 0,972$  и  $F_2 \approx 0,496$ , а растојања  $r_1 = \sqrt{D^2 + (h_1 - h_2)^2} \approx 5,1 \text{ m}$  и  $r_2 = \sqrt{D^2 + (h_1 + h_2)^2} \approx 8,6 \text{ m}$ .  
(а) Индукована електромоторна сила је  $\underline{\epsilon} = \frac{\lambda}{\pi} \mathbf{E} \cdot \mathbf{F} = \frac{\lambda}{\pi} j \frac{Z_0}{2\pi} \sqrt{\frac{P_1}{R_z}} \left( \frac{e^{-j\beta r_1}}{r_1} F_1^2 + \frac{e^{-j\beta r_2}}{r_2} F_2^2 \right)$ , а њена ефективна вредност је  $\epsilon \approx 0,68 \text{ mV}$ . (б) Пријемну антену је потребно поставити дуж правца из кога наилази рефлектовани талас, као на слици.



- РЕЗУЛТАТИ ИСПИТА ЋЕ БИТИ ОБЈАВЉЕНИ ДО 23. ЈАНУАРА У 14:30 ЧАСОВА.
- УВИД У ЗАДАТКЕ, У СОБИ 63, ЈЕ 23. ЈАНУАРА ОД 14:30 ДО 15:30 ЧАСОВА.