

# ИСПИТ ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОТ)

5. фебруар 2015.

**Напомене.** Испит траје 180 минута. Није дозвољено напуштање сале 60 минута од почетка испита. Писати искључиво хемијском оловком. Дозвољена је употреба непрограмабилних калкулатора. Дозвољена је употреба само овога папира и једне вежбанке, који се морају предати. Питања радити искључиво на овоме папиру, а задатке искључиво у вежбанци. Коначне одговоре на питања и тражена извођења уписати у одговарајуће кућице, учртати у дијаграме или заокружити понуђене одговоре. Одговори без извођења се неће признати. Вежбанка и овај папир се морају заједно предати. Свако питање носи по 5 поена, а задатак по 20 поена.

**Попунити податке о кандидату у следећој табели. Исте податке написати и на омоту вежбанке.**

ПОДАЦИ О КАНДИДАТУ (попуњава кандидат)							КОЛОКВИЈУМ				
Индекс година/број		Презиме и име									
/							ИСПИТ				
ПИТАЊА					ЗАДАЦИ						
1.	2.	3.	4.	5.	6.	Укупно	1.	2.	Укупно	УКУПНО ПОЕНА	ОЦЕНА

## ПИТАЊА

1. У вакууму је познат потенцијал  $V(x, y, z) = \frac{4V_0}{\pi} e^{-(\pi y/a)} \sin\left(\frac{\pi x}{a}\right)$  тачака у Декартовом координатном систему, које задовољавају услове  $0 \leq x \leq a$ ,  $0 \leq y \leq +\infty$  и  $-\infty \leq z \leq +\infty$ , где су  $V_0$  и  $a$  константе. У тачкама у којима је познат потенцијал одредити: (а) вектор јачине електричног поља, и (б) густину запреминског наелектрисања.

(а)	(б)
-----	-----

2. Да ли је, у линеарној хомогеној средини специфичне проводности  $\sigma$ , у којој нема побудних струја, могуће остварити стационарно струјно поље чији је вектор густине струје у цилиндричном координатном систему дат изразом  $\mathbf{J} = J_0 \mathbf{i}_\phi$ , где је  $J_0$  реална константа? Образложити одговор.

3. За простопериодичан вектор чији је комплексни представник дат изразом  $\underline{\mathbf{A}} = (2\mathbf{i}_x + \mathbf{i}_y) + j(\mathbf{i}_x - \mathbf{i}_z)$  израчунати (а) минимални интензитет и (б) максимални интензитет. (в) Како је поларизован овај вектор? Одговор образложити.

(а)	(б)	(в)
-----	-----	-----

4. У свакој тачки домена у вакууму познати су запреминска густина наелектрисања  $\rho(\mathbf{r}, t)$  и вектор густине запреминске струје  $\mathbf{J}(\mathbf{r}, t)$ , где је  $\mathbf{r}$  вектор положаја. Написати изразе за (а) закаснели електрични скалар–потенцијал и (б) закаснели магнетски вектор–потенцијал ове расподеле наелектрисања и струја. Нацртати слику и на њој назначити величине које се појављују у изразима.

(а)	(б)
-----	-----

5. Раван униформан линијски поларизован TEM талас, учестаности  $f$ , простире се кроз вакуум у правцу  $z$ -осе Декартовог координатног система. У тренутку  $t=0$  вектор јачине електричног поља таласа у координатном почетку лежи на позитивном делу  $x$ -осе. Ефективна вредност електричног поља је  $E$ . Написати изразе за: (а) комплексни вектор јачине електричног поља, (б) комплексни вектор јачине магнетског поља, и (в) комплексни Поинтингов вектор таласа.

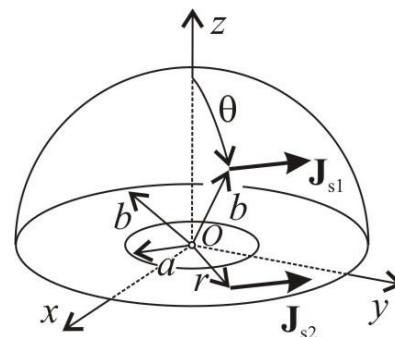
(а)	(б)	(в)
-----	-----	-----

6. Полазећи од општег израза за коефицијент слабљења у системима за вођење електромагнетских таласа са малим губицима, извести израз за коефицијент слабљења коаксијалног вода, унутрашњег полупречника  $a$  и спољашњег полупречника  $b$ , са несавршеним проводником специфичне проводности  $\sigma_p$  и пермитивности  $\epsilon_0$  и несавршеним диелектриком мале специфичне проводности  $\sigma_d$  и диелектричне константе  $\epsilon_r$ . Пермеабилност је свуда  $\mu_0$ .

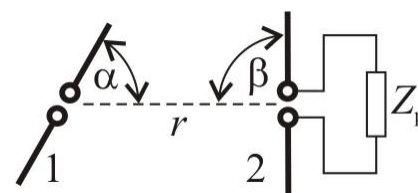
--

### ЗАДАЦИ

1. У вакууму постоје простопериодичне струје, високе кружне учестаности  $\omega$ , само по површи у облику полусфере, полупречника  $b$ , која својим ободом належе на кружни прстен, унутрашњег полупречника  $a$  и спољашњег полупречника  $b$ , као на слици. У сферном координатном систему вектор густине површинских струја полусфере дат је изразом  $\mathbf{J}_{s1}(\theta, t) = \sqrt{2}J_{s0} \sin \theta \cos(\omega t + \omega b \sqrt{\epsilon_0 \mu_0}) \mathbf{i}_\phi$ , а вектор густине површинских струја прстена изразом  $\mathbf{J}_{s2}(r, t) = \sqrt{2}J_{s0} \frac{r}{b} \cos(\omega t + \omega r \sqrt{\epsilon_0 \mu_0}) \mathbf{i}_\phi$ , где је  $J_{s0}$  константа,  $0 \leq \theta \leq \pi/2$  и  $a \leq r \leq b$ . У координатном почетку (тачки  $O$ ) одредити изразе за: (а) комплексни вектор магнетске индукције, и (б) комплексни вектор јачине индукованог електричног поља. (Координатни почетак је у центру прстена.)



2. Два идентична полуталасна дипола постављена су у вакууму, на растојању  $r=1800\text{m}$ . Диполи леже у равни цртежа, а са правцем који их спаја заклапају углове  $\alpha = \pi/3$  (дипол 1), односно  $\beta = \pi/2$  (дипол 2), као на слици. Предајни дипол 1 напаја се простопериодичном струјом учестаности  $f=5\text{GHz}$  и јачине  $I=150\text{mA}$ . На пријемни дипол 2 прикључен је пријемник чија је комплексна импеданса  $Z_p = Z_D^*$ , где је  $Z_D$  комплексна импеданса дипола. Израчунати активну снагу која се дисипира на пријемнику. Сматрати да су диполи без губитака ( $\text{Re}\{Z_D\}$  једнак је отпорности зрачења дипола).



**Напомена:** у цилиндричном координатном систему је

$$\text{rot } \mathbf{A} = \left( \frac{1}{r} \frac{\partial A_z}{\partial \phi} - \frac{\partial A_\phi}{\partial z} \right) \mathbf{i}_r + \left( \frac{\partial A_r}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial r} \right) \mathbf{i}_\phi + \frac{1}{r} \left( \frac{\partial}{\partial r} (r A_\phi) - \frac{\partial A_r}{\partial \phi} \right) \mathbf{i}_z.$$

**ОДГОВОРИ НА ПИТАЊА И РЕШЕЊА ЗАДАТАКА СА  
ИСПИТА ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОТ),  
ОДРЖАНОГ 5. ФЕБРУАРА 2015. ГОДИНЕ**

**ПИТАЊА**

1. (a)  $\mathbf{E} = -\text{grad } V = \frac{4V_0}{a} e^{-(\pi y/a)} \left( -\cos\left(\frac{\pi x}{a}\right) \mathbf{i}_x + \sin\left(\frac{\pi x}{a}\right) \mathbf{i}_y \right)$ , (б)  $\rho = -\varepsilon_0 \left( \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} \right) = 0$ .

2. Није могуће остварити овакво поље јер  $\text{rot } \mathbf{E} \neq 0$ .

3. (a)  $A_{\min} = \sqrt{2}$ . (б)  $A_{\max} = \sqrt{10}$ . (в) Вектор је поларизован елиптички.

4. (a)  $V(\mathbf{r}', t) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \int_v \frac{\rho\left(\mathbf{r}, t - \frac{R}{c_0}\right)}{R} dv$ , (б)  $\mathbf{A}(\mathbf{r}', t) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_v \frac{\mathbf{J}\left(\mathbf{r}, t - \frac{R}{c_0}\right)}{R} dv$ ,  $R = |\mathbf{r}' - \mathbf{r}|$ ,  $c_0 = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}}$ .

5. (a)  $\underline{\mathbf{E}} = E e^{-j\beta z} \mathbf{i}_x$ , (б)  $\underline{\mathbf{H}} = \frac{E}{Z_0} e^{-j\beta z} \mathbf{i}_y$ , (в)  $\underline{\mathbf{P}} = \frac{E^2}{Z_0} \mathbf{i}_z$ , ( $\beta = \omega\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}$ ,  $Z_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}$ ).

6.  $\alpha = \frac{\sigma_d}{2} \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0\varepsilon_r}} + \frac{\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right) \sqrt{\frac{\pi\mu_0 f}{\sigma_p}}}{\ln \frac{b}{a} \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0\varepsilon_r}}}$ .

**ЗАДАЦИ**

1. (a)  $\underline{\mathbf{B}} = \mu_0 J_{s0} \left[ \frac{1}{3} + \frac{b-a}{2b} + j\beta \left( \frac{7}{12} b - \frac{a^2}{4b} \right) \right] \mathbf{i}_z$ ,  $\beta = \omega\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}$ . (б)  $\underline{\mathbf{E}}_{\text{ind}} = 0$ .

2.  $P_p = 20,8 \text{ pW}$

- РЕЗУЛТАТИ ИСПИТА ЋЕ БИТИ ОБЈАВЉЕНИ ДО 12. ФЕБРУАРА У 14:30 ЧАСОВА.
- УВИД У ЗАДАТКЕ, У СОБИ 63, ЈЕ 12. ФЕБРУАРА ОД 14:30 ДО 15:00 ЧАСОВА.

Са предмета Електромагнетика