

ИСПИТ ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОГ)

4. фебруар 2016.

Напомене. Испит траје 180 минута. Није дозвољено напуштање сале 60 минута од почетка испита. Писати искључиво хемијском оловком. Дозвољена је употреба непрограмабилних калкулатора. Дозвољена је употреба само овога папира и једне вежбанке, који се морају предати. Питања радити искључиво на овоме папиру, а задатке искључиво у вежбанци. Коначне одговоре на питања и тражена извођења уписати у одговарајуће кућице, уцртати у дијаграме или заокружити понуђене одговоре. Одговори без извођења се неће признати. Свако питање носи по 5 поена, а задатак по 20 поена.

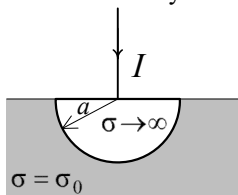
Попунити податке о кандидату у следећој табели. Исте податке написати и на омоту вежбанке.

ПОДАЦИ О КАНДИДАТУ (попуњава кандидат)							КОЛОКВИЈУМ				
Индекс година/број		Презиме и име									
/							ИСПИТ				
ПИТАЊА					ЗАДАЦИ						
1.	2.	3.	4.	5.	6.	Укупно	1.	2.	Укупно	УКУПНО ПОЕНА	ОЦЕНА

ПИТАЊА

1. Матрица коефицијената потенцијала два проводна тела електростатичког система је $\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}$. Одредити матрицу делимичних капацитивности овог система.

2. (а) На примеру савршено проводног полусферног уземљивача полупречника a , укопаног у хомогену земљу специфичне проводности σ_0 , илустровати теорему ликова за стационарно струјно поље. (б) Одредити отпорност уземљења овог уземљивача.

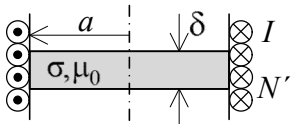


(а)	(б)
-----	-----

3. У свим тачкама тела од феромагнетског материјала, запремине v , ограниченог затвореном површи S , познат је вектор магнетизације \mathbf{M} . Околна средина је вакуум, а у систему нема кондукционих струја. Написати изразе за (а) Амперове струје тела и (б) вектор магнетске индукције у произвољној тачки простора.

(а)	(б)
-----	-----

4. На средини веома дугачког соленоида, кружног попречног пресека, полупречника a и подужне густине завојака N' , постављен је танак кружни проводни диск, дебљине $\delta \ll a$, специфичне проводности σ и пермеабилности μ_0 , као на слици. Средина је ваздух, а у завојцима соленоида постоји споропроменљива простопериодична струја, ефективне вредности I и угаоне учестаности ω . Одредити средњу снагу Цулових губитака услед вртложних струја у диску, под претпоставком да се магнетско поље тих струја може занемарити.



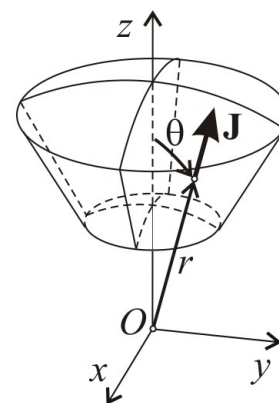
5. Написати Максвелове једначине и једначину континуитета за случај брзопроменљивог електромагнетског поља у линеарној хомогеној и изотропној средини параметара ϵ , μ и σ у диференцијалном облику, ако је у свакој тачки простора познат вектор јачине побудног електричног поља \mathbf{E}_i .

6. (а) Полазећи од диференцијалног облика Максвелових једначина у вакууму, извести таласну једначину за вектор \mathbf{H} .
 (б) За раван, униформан, ТЕМ талас који се простире кроз вакуум, изразити тренутну вредност интензитета Поинтинговог вектора у произвољној тачки простора, у функцији густине електромагнетске енергије.

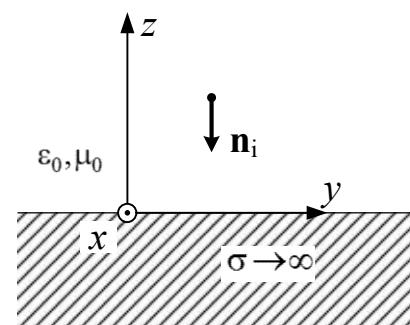
(а)	(б)
-----	-----

ЗАДАЦИ

1. У вакууму постоји простопериодична струја, високе кружне учестаности ω , само по запремини, приказаној на слици, у сферном координатном систему ограниченој координатним површима $r = a$, $r = b$ и $\theta = \pi/6$, где су a и b познате константе. Вектор густине струје дат је изразом у сферном координатном систему $\mathbf{J}(r, \theta, \phi, t) = \sqrt{2} J_0 \frac{r}{3a} \cos(\omega t) \mathbf{i}_r$, где је J_0 позната константа, $a \leq r \leq b$, $0 \leq \theta \leq \pi/6$ и $0 \leq \phi \leq 2\pi$. Одредити (а) расподелу наелектрисања датог тела у комплексном облику и (б) комплексни вектор јачине електричног поља, које потиче од вишка наелектрисања, у тачки O .



2. Раван униформан кружно поларизован ТЕМ талас, ефективне вредности јачине електричног поља E и угаоне учестаности ω , наилази из вакуума нормално на савршено проводну раван, као на слици. За координатни систем са слике одредити (а) комплексне представнике резултантних вектора јачине електричног и магнетског поља у вакууму, (б) расподелу индукованих наелектрисања и струја на развојној површи, у комплексном облику и (в) средњу вредност густине енергије електромагнетског поља непосредно изнад проводне равни. Произвољно усвојити смер обртања вектора поља (леву или десну поларизацију), као и положај вектора јачине електричног поља у $t = 0$.



У сферном координатном систему је:

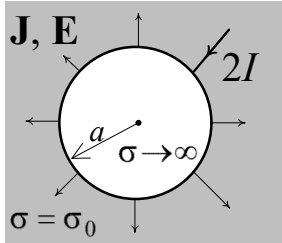
$$\operatorname{div} \mathbf{A} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 A_r) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (A_\theta \sin \theta) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial A_\phi}{\partial \phi}$$

ОДГОВОРИ НА ПИТАЊА И РЕШЕЊА ЗАДАТАКА СА ИСПИТА ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОГ), ОДРЖАНОГ 4. ФЕБРУАРА 2016. ГОДИНЕ

ПИТАЊА

1. (a) $[c] = \frac{1}{\det[a]} \begin{bmatrix} a_{22} - a_{12} & a_{12} \\ a_{21} & -a_{21} + a_{11} \end{bmatrix}$.

2. (a)



(б) $R_{uz} = \frac{1}{2\pi\sigma_0 a}$.

3. (a) $\mathbf{J}_A = \text{rot } \mathbf{M}$, $\mathbf{J}_{A,s} = -\mathbf{n} \times \mathbf{M}$.

(б) $\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_v \frac{\text{rot } \mathbf{M} \times \mathbf{i}_R}{R^2} dv + \frac{\mu_0}{4\pi} \int_S \frac{(\mathbf{M} \times \mathbf{n}) \times \mathbf{i}_R}{R^2} dS$, где је v запремина домена, S површина која ограничава домен, \mathbf{n} спољашња норма на S , R одстојање од посматраног струјног елемента до тачке у којој се рачуна \mathbf{B} и \mathbf{i}_R јединични вектор од струјног елемента ка тачки у којој се рачуна \mathbf{B} .

4. $P_J = \frac{\sigma \omega^2 \mu_0^2 N^2 I^2 a^4 \delta \pi}{8}$.

5. $\text{rot } \mathbf{E} = -\mu \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t}$, $\text{rot } \mathbf{H} = \varepsilon \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \sigma(\mathbf{E} + \mathbf{E}_i)$, $\text{div } \mathbf{E} = \frac{\rho}{\varepsilon}$, $\text{div } \mathbf{H} = 0$, $\text{div } \mathbf{J} = -\frac{\partial \rho}{\partial t}$.

6. (a) $\Delta \mathbf{H} - \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial t^2} = 0$, (б) $P = w_{em} / \sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}$.

ЗАДАЦИ

1. (a) $\rho_0 = j \frac{J_0}{\omega a}$ по запремини, $\rho_{s1} = -j \frac{J_0 b}{3\omega a}$ по површи $r = b$, $\rho_{s2} = j \frac{J_0}{3\omega}$ по површи $r = a$ и $\rho_{s3} = 0$ по површи $\theta = \pi/6$.

(б) $\underline{E}_{Q0} = \frac{J_0}{16\omega \varepsilon_0 \beta a} (2e^{-j\beta b} - 2e^{-j\beta a} + j\beta b e^{-j\beta b} - j\beta a e^{-j\beta a}) \mathbf{i}_z$,

$\underline{E}_{Q1} = j \frac{J_0 b}{48\varepsilon_0 \omega a} (1 + j\beta b) e^{-j\beta b} \mathbf{i}_z$, од ρ_{s1} , $\underline{E}_{Q2} = -j \frac{J_0}{48\varepsilon_0 \omega} (1 + j\beta a) e^{-j\beta a} \mathbf{i}_z$, од ρ_{s2} , $\underline{E}_Q = \underline{E}_{Q1} + \underline{E}_{Q2}$.

2. За инцидентно електрично поље $\underline{E}_i(0,0,0) = E \frac{\mathbf{i}_x + j\mathbf{i}_y}{\sqrt{2}}$, (a) $\underline{E}_{rez} = j2E \sin \beta z \frac{\mathbf{i}_x + j\mathbf{i}_y}{\sqrt{2}}$, $\underline{H}_{rez} = -2 \frac{E}{Z_0} \cos \beta z \frac{\pm j\mathbf{i}_x + \mathbf{i}_y}{\sqrt{2}}$.

(б) За $z = 0$, $\rho_s = 0$ и $\underline{J}_s = 2 \frac{E}{Z_0} \frac{\mathbf{i}_x + j\mathbf{i}_y}{\sqrt{2}}$.

(в) $(w_e)_{sr} = 0$, $(w_m)_{sr} = 2\varepsilon_0 E^2$.

- РЕЗУЛТАТИ ИСПИТА ЋЕ БИТИ ОБЈАВЉЕНИ ДО 9. ФЕБРУАРА У 14:30 ЧАСОВА.
- УВИД У ЗАДАТКЕ, У СОБИ 63, ЈЕ 9. ФЕБРУАРА ОД 14:30 ДО 15:00 ЧАСОВА.