

ИСПИТ ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОГ)

9. јун 2016.

Напомене. Испит траје 180 минута и ради се самостално. Није дозвољено напуштање сале 60 минута од почетка испита. Писати искључиво хемијском оловком. Дозвољена је употреба непрограмабилних калкулатора. Дозвољена је употреба само овога папира и једне вежбанке, који се морају предати. Питања радити искључиво на овоме папиру, а задатке искључиво у вежбанци. Коначне одговоре на питања и тражена извођења уписати у одговарајуће кућице, уцртати у дијаграме или заокружити понуђене одговоре. Одговори без извођења се неће признати. Свако питање носи по 5 поена, а задатак по 20 поена.

Попунити податке о кандидату у следећој табели. Исте податке написати и на омоту вежбанке.

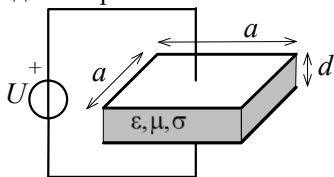
ПОДАЦИ О КАНДИДАТУ (попуњава кандидат)							КОЛОКВИЈУМ				
Индекс година/број		Презиме и име									
/							ИСПИТ				
ПИТАЊА					ЗАДАЦИ						
1.	2.	3.	4.	5.	6.	Укупно	1.	2.	Укупно	УКУПНО ПОЕНА	ОЦЕНА

ПИТАЊА

1. Сферни кондензатор полупречника електрода a и b ($b > a$) има ваздушни диелектрик. (а) Полазећи од диференцијалних једначина за електростатичко поље и везе између електростатичког потенцијала и електричног поља, извести диференцијалну једначину коју задовољава електростатички потенцијал у диелектрику кондензатора у сферном координатном систему чији је центар у центру кондензатора. (б) Решавањем претходно изведене диференцијалне једначине, одредити електростатички потенцијал у диелектрику кондензатора, $V(r)$, уколико је познато $V(r = a) = 0$ и $V(r = b) = V_0$, где је r радијално растојање од центра кондензатора, $a < r < b$.

(а)	(б)
-----	-----

2. Плочасти кондензатор квадратног облика, димензија $a \times a \times d$ напаја се генератором временски константног напона U . Кондензатор је испуњен хомогеним несавршеним диелектриком параметара ϵ , μ и σ . (а) Занемарујући ивичне ефекте ($d \ll a$), одредити израз за густину струје у диелектрику. (б) Одредити проводност кондензатора. (в) Представити кондензатор еквивалентним електричним колом и назначити вредности појединих компоненти.



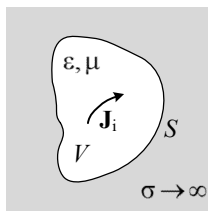
(а)	(б)	(в)
-----	-----	-----

3. У свакој тачки хомогеног, линеарног феромагнетика пермеабилности μ познат је вектор густине запреминских кондукционих струја \mathbf{J} . Одредити вектор густине запреминских Амперових струја у феромагнетиду.

4. (а) Написати потпуни систем диференцијалних једначина за споропроменљиво електромагнетско поље у хомогеној линеарној и изотропној средини. (б) Написати изразе за дивергенцију и ротор магнетског вектор-потенцијала у споропроменљивом електромагнетском пољу и извести диференцијалну једначину коју он задовољава.

(а)	(б)
-----	-----

5. (a) Написати детаљан математички исказ Поинтингове теореме у временском домену у општем случају и објаснити значење сваког члана. (б) За случај брзопроменљивог поља, написати исказ Поинтингове теореме у комплексном облику за домен од савршеног диелектрика параметара ϵ и μ , запремине V и површине S , у коме постоје побудне струје познатог вектора густине \mathbf{J}_i и који је окружен савршеним проводником, као на слици.



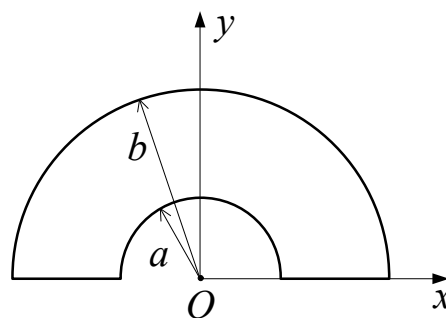
(a)	(б)
-----	-----

6. (a) Израчунати минимални и максимални интензитет простопериодичног вектора електричног поља датог комплексним изразом $\underline{\mathbf{E}} = (3\mathbf{i}_y + j\mathbf{i}_z) \frac{V}{m}$. (б) Скицирати у Декартовом координатном систему криву коју описује врх овог вектора.

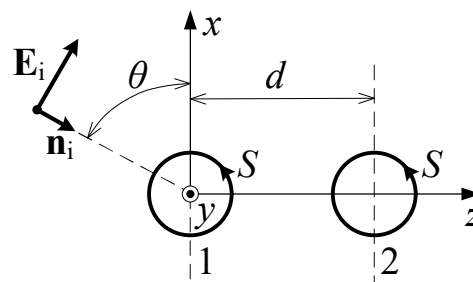
(a)	(б)
-----	-----

ЗАДАЦИ

1. У вакууму постоји простопериодична површинска струја, високе кружне учестаности ω , само по површи полукружног прстена полупречника a и b , као на слици. Вектор густине струје дат је изразом $\mathbf{J}_s = \sqrt{2}J_{s0} \cos \omega t \mathbf{i}_y$, где је J_{s0} константа и $0 \leq \phi \leq \pi$. (a) Одредити расподелу наелектрисања полукружног прстена. (б) Одредити комплексни вектор јачине електричног поља у тачки O . (в) Одредити комплексни вектор јачине магнетског поља у тачки O .



2. На две електрички мале, усамљене, копланарне кружне контуре, једнаких површина $S = 2 \text{ cm}^2$, у ваздуху, налази раван простопериодичан ТЕМ талас, ефективне вредности јачине електричног поља E и учестаности f , под углом $\theta = 60^\circ$, као на слици. Центри контура су на растојању $d = 30 \text{ cm}$. (a) Написати изразе за комплексне векторе јачине електричног и магнетског поља инцидентног таласа, у Декартовом координатном систему. (б) Израчунати све учестаности из опсега $50 \text{ MHz} < f < 3 \text{ GHz}$ за које емс индукована у првој контури фазно предњачи за $\pi/6$ у односу на емс у другој контури, према референтним смеровима са слике. (в) За најнижу такву учестаност, израчунати ефективну вредност јачине електричног поља таласа за коју је емс у другој контури $\epsilon_2 = 1,7 \text{ mV}$.



Напомена: у цилиндричном координатном систему је

$$\text{div } \mathbf{A} = \frac{1}{r} \frac{\partial (A_r r)}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial A_\phi}{\partial \phi} + \frac{\partial A_z}{\partial z},$$

а у сферном координатном систему је

$$\text{grad } f = \frac{\partial f}{\partial r} \mathbf{i}_r + \frac{1}{r} \frac{\partial f}{\partial \theta} \mathbf{i}_\theta + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial f}{\partial \phi} \mathbf{i}_\phi \quad \text{и} \quad \text{div } \mathbf{A} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 A_r) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (A_\theta \sin \theta) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial A_\phi}{\partial \phi}.$$

**ОДГОВОРИ НА ПИТАЊА И РЕШЕЊА ЗАДАТАКА СА
ИСПИТА ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОГ),
ОДРЖАНОГ 9. ЈУНА 2016. ГОДИНЕ**

ПИТАЊА

1. (а) $\Delta V = 0$, (б) Унутар кондензатора $a < r < b$, потенцијал је $V(r) = V_0 \frac{1 - \frac{a}{r}}{1 - \frac{a}{b}}$.

2. (а) $J = \sigma U / d$,

(б) $G = \sigma a^2 / d$,

(в) Еквивалентно коло је паралелна веза кондензатора капацитивности $C = \epsilon a^2 / d$ и отпорника отпорности $R = 1 / G$.

3. $\mathbf{J}_A = \frac{\mu - \mu_0}{\mu_0} \mathbf{J}$.

4. (а) $\text{rot } \mathbf{E} = -\mu \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t}$, $\text{rot } \mathbf{H} = \sigma \mathbf{E}$, $\text{div } \mathbf{E} = \frac{\rho}{\epsilon}$, $\text{div } \mathbf{H} = 0$.

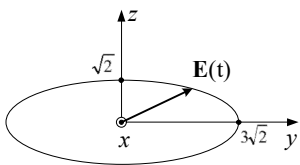
(б) $\text{div } \mathbf{A} = 0$, $\text{rot } \mathbf{A} = \mathbf{B}$, $\Delta \mathbf{A} = -\mu \mathbf{J}$

5. (а)
$$-\int_V \mathbf{J}_1 \cdot \mathbf{E} dv = \int_V \mathbf{J} \cdot \mathbf{E} dv + \int_V \left(\frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \cdot \mathbf{E} + \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \cdot \mathbf{H} \right) dv + \oint_S (\mathbf{E} \times \mathbf{H}) \cdot d\mathbf{S}$$
Снага генератора Цуллови губици Стварање и одржавање ЕМ поља Размена електромагнетске енергије кроз S

(б) $-\int_V \mathbf{J}_1^* \cdot \mathbf{E} dv = j\omega \int_V (\mu |\mathbf{H}|^2 - \epsilon^* |\mathbf{E}|^2) dv$.

6. (а) $|\mathbf{E}(t)|_{\max} = 3\sqrt{2} \frac{V}{m}$, $|\mathbf{E}(t)|_{\min} = \sqrt{2} \frac{V}{m}$.

(б) Крива коју описује вектор електричног поља је елипса која лежи у Oyz -равни.



ЗАДАЦИ

1. (а) На полукружним луковима $r = a$ и $r = b$ постоје линијске густине наелектрисања $\underline{Q}_1' = -\frac{1}{j\omega} J_{s0} \sin \phi$ и $\underline{Q}_2' = -\underline{Q}_1'$, респективно. На равном ивици полупрстена је $\underline{Q}_3' = -\frac{1}{j\omega} J_{s0}$.

(б) $\underline{\mathbf{E}} = \underline{\mathbf{E}}_Q + \underline{\mathbf{E}}_{\text{ind}}$, $\underline{\mathbf{E}}_Q = \frac{jJ_{s0}}{8\epsilon_0\omega} \left(\frac{(1 + j\beta b)e^{-j\beta b}}{b} - \frac{(1 + j\beta a)e^{-j\beta a}}{a} \right) \mathbf{i}_y$, $\underline{\mathbf{E}}_{\text{ind}} = \frac{\mu_0\omega J_{s0}}{4\beta} (e^{-j\beta b} - e^{-j\beta a}) \mathbf{i}_y$.

(в) $\underline{\mathbf{H}} = 0$.

2. (а) $\underline{\mathbf{E}}_i = E e^{-j\beta(-x \cos \theta + z \sin \theta)} (\mathbf{i}_x \sin \theta + \mathbf{i}_z \cos \theta)$, $\underline{\mathbf{H}}_i = \frac{E}{Z_0} e^{-j\beta(-x \cos \theta + z \sin \theta)} \mathbf{i}_y$, где је Z_0 таласна импеданса за ваздух.

(б) $f \in \{96,2\text{MHz}, 1,25\text{GHz}, 2,4\text{GHz}\}$

(в) $E \approx 4,22 \text{ V/m}$

- РЕЗУЛТАТИ ИСПИТА ЋЕ БИТИ ОБЈАВЉЕНИ ДО 18. ЈУНА У 14:30 ЧАСОВА.
- УВИД У ЗАДАТКЕ, У СОБИ 63, ЈЕ 18. ЈУНА 2016. ОД 14:30 ДО 15:00 ЧАСОВА.