

ИСПИТ ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОТ)

9. јун 2016.

Напомене. Испит траје 180 минута и ради се самостално. Није дозвољено напуштање сале 60 минута од почетка испита. Писати искључиво хемијском оловком. Дозвољена је употреба непрограмабилних калкулатора. Дозвољена је употреба само овога папира и једне вежбанке, који се морају предати. Питања радити искључиво на овоме папиру, а задатке искључиво у вежбанци. Коначне одговоре на питања и тражена извођења уписати у одговарајуће кућице, уцртати у дијаграме или заокружити понуђене одговоре. Одговори без извођења се неће признати. Свако питање носи по 5 поена, а задатак по 20 поена.

Попунити податке о кандидату у следећој табели. Исте податке написати и на омоту вежбанке.

ПОДАЦИ О КАНДИДАТУ (попуњава кандидат)							КОЛОКВИЈУМ				
Индекс година/број		Презиме и име									
/							ИСПИТ				
ПИТАЊА						ЗАДАЦИ			УКУПНО ПОЕНА	ОЦЕНА	
1.	2.	3.	4.	5.	6.	Укупно	1.	2.			Укупно

ПИТАЊА

1. Сферни кондензатор полупречника електрода a и b ($b > a$) има ваздушни диелектрик. (а) Полазећи од диференцијалних једначина за електростатичко поље и везе између електростатичког потенцијала и електричног поља, извести диференцијалну једначину коју задовољава електростатички потенцијал у диелектрику кондензатора у сферном координатном систему чији је центар у центру кондензатора. (б) Решавањем претходно изведене диференцијалне једначине, одредити електростатички потенцијал у диелектрику кондензатора, $V(r)$, уколико је познато $V(r = a) = 0$ и $V(r = b) = V_0$, где је r радијално растојање од центра кондензатора, $a < r < b$.

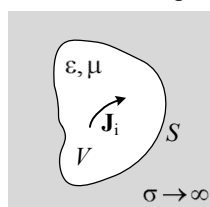
(а)	(б)
-----	-----

2. У свакој тачки хомогеног, линеарног феромагнетика пермеабилности μ познат је вектор густине запреминских кондукционих струја \mathbf{J} . Одредити вектор густине запреминских Амперових струја у феромагнетику.

3. (а) Написати потпуни систем диференцијалних једначина за споропроменљиво електромагнетско поље у хомогеној линеарној и изотропној средини. (б) Написати изразе за дивергенцију и ротор магнетског вектор-потенцијала у споропроменљивом електромагнетском пољу и извести диференцијалну једначину коју он задовољава.

(а)	(б)
-----	-----

4. (а) Написати детаљан математички исказ Поинтингове теореме у временском домену у општем случају и објаснити значење сваког члана. (б) За случај брзопроменљивог поља, написати исказ Поинтингове теореме у комплексном облику за домен од савршеног диелектрика параметара ϵ и μ , запремине V и површине S , у коме постоје побудне струје познатог вектора густине \mathbf{J}_i и који је окружен савршеним проводником, као на слици.



(а)	(б)
-----	-----

5. Раван и униформан TEM талас, кружне учестаности ω и комплексне вредности јачине електричног поља у Oxy -равни $\underline{E}(x, y, 0) = E$ простире се дуж z -осе у средини специфичне проводности σ , пермитивности ϵ и пермеабилности μ .

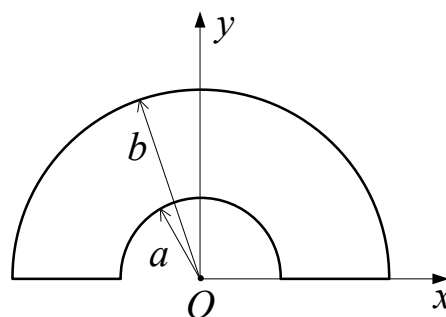
(а) Написати израз за комплексни коефицијент простирања овог таласа. (б) Одредити количник комплексних ефективних вредности $\underline{E}(x, y, z_0) / \underline{E}(x, y, 0)$, где је $z_0 > 0$.

(а)	(б)
-----	-----

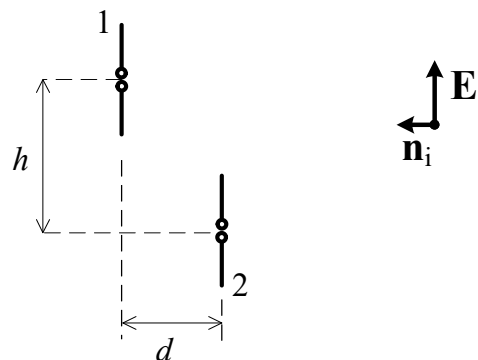
6. Навести основне особине прогресивних TEM таласа који се простиру дуж вода без губитака, испуњеног хомогеним диелектриком пермитивности ϵ и пермеабилности μ .

ЗАДАЦИ

1. У вакууму постоји простопериодична површинска струја, високе кружне учестаности ω , само по површи полукружног прстена полупречника a и b , као на слици. Вектор густине струје дат је изразом $\mathbf{J}_s(\phi) = \sqrt{2}J_{s0} \cos \omega t \mathbf{i}_y$, где је J_{s0} константа и $0 \leq \phi \leq 2\pi$. (а) Одредити расподелу наелектрисања полукружног прстена. (б) Одредити комплексни вектор јачине електричног поља у тачки O . (в) Одредити комплексни вектор јачине магнетског поља у тачки O .



2. Део експерименталне платформе за испитивање комуникационог канала се састоји од два полуталасна дипола, као на слици. Радна учестаност је $f = 10\text{GHz}$, $h = 1\text{m}$ и $d = 10\text{cm}$. (а) Ако је дипол 1 предајни, а дипол 2 пријемни, израчунати ниво спреге („преслушавања“) антена који се изражава као однос снаге која пријемна антена предаје прилагођеном пријемнику и снаге којом се напаја предајна антена, P_p / P_0 . (б) Ако оба дипола раде у режиму пријема и на њих наилази раван, униформан, линијски поларизован, простопериодичан TEM талас учестаности f и ефективне вредности електричног поља $E_i = 0,5\text{V/m}$, као на слици, израчунати количник комплексних вредности индукованих емс на прикључцима дипола, $\underline{\epsilon}_1 / \underline{\epsilon}_2$. Занемарити преслушавање.



Напомена: у цилиндричном координатном систему је

$$\text{div } \mathbf{A} = \frac{1}{r} \frac{\partial (A_r r)}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial A_\phi}{\partial \phi} + \frac{\partial A_z}{\partial z}.$$

а у сферном координатном систему је

$$\text{grad } f = \frac{\partial f}{\partial r} \mathbf{i}_r + \frac{1}{r} \frac{\partial f}{\partial \theta} \mathbf{i}_\theta + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial f}{\partial \phi} \mathbf{i}_\phi \text{ и } \text{div } \mathbf{A} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial (r^2 A_r)}{\partial r} + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial (A_\theta \sin \theta)}{\partial \theta} + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial A_\phi}{\partial \phi}.$$

ОДГОВОРИ НА ПИТАЊА И РЕШЕЊА ЗАДАТАКА СА ИСПИТА ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОТ), ОДРЖАНОГ 9. ЈУНА 2016. ГОДИНЕ

ПИТАЊА

1. (а) $\Delta V = 0$, (б) Унутар кондензатора $a < r < b$, потенцијал је $V(r) = V_0 \frac{1 - \frac{a}{r}}{1 - \frac{a}{b}}$.

2. $\mathbf{J}_A = \frac{\mu - \mu_0}{\mu_0} \mathbf{J}$.

3. (а) $\text{rot } \mathbf{E} = -\mu \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t}$, $\text{rot } \mathbf{H} = \sigma \mathbf{E}$, $\text{div } \mathbf{E} = \frac{\rho}{\varepsilon}$, $\text{div } \mathbf{H} = 0$.

(б) $\text{div } \mathbf{A} = 0$, $\text{rot } \mathbf{A} = \mathbf{B}$, $\Delta \mathbf{A} = -\mu \mathbf{J}$

4. (а)
$$-\int_V \mathbf{J}_1 \mathbf{E} dv = \int_V \mathbf{J} \mathbf{E} dv + \int_V \left(\frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \mathbf{E} + \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \mathbf{H} \right) dv + \oint_S (\mathbf{E} \times \mathbf{H}) d\mathbf{S}$$
Снага генератора Цуллови губици Стварање и одржавање ЕМ поља Размена електромагнетске енергије кроз S

(б) $-\int_V \mathbf{J}_1^* \mathbf{E} dv = j\omega \int_V (\mu |\mathbf{H}|^2 - \varepsilon^* |\mathbf{E}|^2) dv$.

5. (а) $\underline{\gamma} = \alpha + j\beta$, $\alpha = \omega \sqrt{\mu \varepsilon} \sqrt{\frac{1 + \left(\frac{\sigma}{\omega \varepsilon}\right)^2}{2} - 1}$, $\beta = \omega \sqrt{\mu \varepsilon} \sqrt{\frac{1 + \left(\frac{\sigma}{\omega \varepsilon}\right)^2}{2} + 1}$

(б) $\frac{E(x, y, 0)}{E(x, y, z_0)} = e^{-\alpha z_0} e^{-j\beta z_0}$.

6.

1. Вектори \mathbf{E} и \mathbf{H} су међусобно управни и управни на правац простирања. Смер је одређен смером Поинтинговог вектора $\mathbf{P} = \mathbf{E} \times \mathbf{H}$

2. Електрично поље у трансверзалним равнима има исту структуру као електростатичко поље, $\mathbf{E} = -\text{grad}_T V$.

3. Однос тренутних интензитета \mathbf{E} и \mathbf{H} у произвољној тачки диелектрика вода је једнак импеданси диелектрика $E / H = \text{const} = Z = \sqrt{\mu / \varepsilon}$.

4. Брзина простирања таласа једнака је брзини простирања равних, униформних таласа у диелектрику вода $c = 1 / \sqrt{\mu \varepsilon}$.

ЗАДАЦИ

1. (а) На полукружним луковима $r = a$ и $r = b$ постоје линијске густине наелектрисања $\underline{Q}_1' = -\frac{1}{j\omega} J_{s0} \sin \phi$ и $\underline{Q}_2' = -\underline{Q}_1'$,

респективно. На равној ивици полупрстена је $\underline{Q}_3' = -\frac{1}{j\omega} J_{s0}$.

(б) $\underline{\mathbf{E}} = \underline{\mathbf{E}}_Q + \underline{\mathbf{E}}_{\text{ind}}$, $\underline{\mathbf{E}}_Q = \frac{jJ_{s0}}{8\varepsilon_0\omega} \left(\frac{(1 + j\beta b)e^{-j\beta b}}{b} - \frac{(1 + j\beta a)e^{-j\beta a}}{a} \right) \mathbf{i}_y$, $\underline{\mathbf{E}}_{\text{ind}} = \frac{\mu_0 \omega J_{s0}}{4\beta} (e^{-j\beta b} - e^{-j\beta a}) \mathbf{i}_y$.

(в) $\underline{\mathbf{H}} = 0$.

2. (а) $\frac{P}{P_0} \approx 5,74 \cdot 10^{-10}$, (б) $\underline{\varepsilon}_1 / \underline{\varepsilon}_2 = e^{-j\frac{2\pi}{3}}$

• РЕЗУЛТАТИ ИСПИТА ЋЕ БИТИ ОБЈАВЉЕНИ ДО 18. ЈУНА У 14:30 ЧАСОВА.

• УВИД У ЗАДАТКЕ, У СОБИ 63, ЈЕ 18. ЈУНА 2016. ОД 14:30 ДО 15:00 ЧАСОВА.