

# ИСПИТ ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОФ, ОЕ, ОС, ИР)

24. август 2017.

**Напомене.** Испит траје 180 минута. Није дозвољено напуштање сале 60 минута од почетка испита. Писати искључиво хемијском оловком. Дозвољена је употреба непрограмабилних калкулатора. Дозвољена је употреба само овога папира и једне вежбанке, који се морају заједно предати. Питања радити искључиво на овоме папиру, а задатке искључиво у вежбанци. Коначне одговоре на питања и тражена извођења уписати у одговарајуће кућице, уцртати у дијаграме или заокружити понуђене одговоре. Одговори без извођења се неће признати. Вежбанка и овај папир се морају заједно предати. Свако питање носи по 5 поена, а задатак по 20 поена.

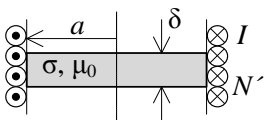
**Попунити податке о кандидату у следећој табели. Исте податке написати и на омоту вежбанке.**

ПОДАЦИ О КАНДИДАТУ (попуњава кандидат)							КОЛОКВИЈУМ				
Индекс година/број		Презиме и име									
/							ИСПИТ				
ПИТАЊА					ЗАДАЦИ						
1.	2.	3.	4.	5.	6.	Укупно	1.	2.	Укупно	УКУПНО ПОЕНА	ОЦЕНА

## ПИТАЊА

1. У вакууму су постављена два права бесконачно дуга и бесконачно танка концентрична проводна цилиндра, полупречника  $a$  и  $b$ . Сматрајући цилиндре телима електростатичког система, чије референтно тело је њима концентрични цилиндар полупречника  $c$  ( $a < b < c$ ), одредити коефицијенте потенцијала тог система.

2. На средини веома дугачког солениода, кружног попречног пресека полупречника  $a$  и подужне густине завојака  $N'$ , постављен је танак кружни проводни диск, дебљине  $\delta \ll a$ , специфичне проводности  $\sigma$  и пермеабилности  $\mu_0$ , као на слици. Средина је ваздух, а у завојцима солениода постоји споропроменљива простопериодична струја, ефективне вредности  $I$  и угаоне учестаности  $\omega$ . Одредити средњу снагу Џулових губитака услед вртложних струја у диску, под претпоставком да се магнетско поље тих струја може занемарити.

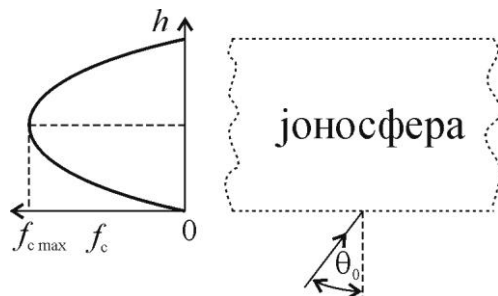


3. (а) Написати Лоренцов услов у комплексном облику, ако је средина ваздух. (б) Полазећи од израза за комплексни вектор јачине електричног поља, у ваздуху, изражен преко електричног скалар–потенцијала и магнетског вектор–потенцијала, и Лоренцовог услова, извести израз за комплексни вектор јачине електричног поља изражен само преко магнетског вектор–потенцијала.

(а)	(б)
-----	-----

4. Одредити максималну (средњу) снагу која се може преносити вођеним простопериодичним TEM таласом кроз коаксијални кабл, полупречника проводника  $a$  и  $b$ , са савршеним немагнетским диелектриком релативне пермитивности  $\epsilon_r$  и критичног поља  $E_{kr}$ .

5. Полазећи од Снеловог закона, објаснити простирање таласа кроз јоносферу, чија је критична учестаност параболична функција висине, а у зависности од учестаности таласа  $f$  и упадног угла  $\theta_0$  (видети слику).

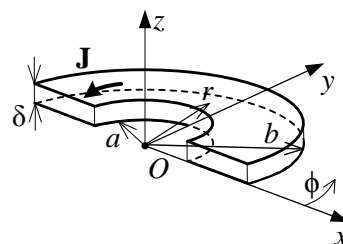


6. Раван униформан простопериодичан линијски поларизован TEM талас простира се у вакууму. Површинска густина средње снаге која се преноси таласом је  $10 \mu\text{W}/\text{m}^2$ . Израчунати ефективне вредности (а) електричног поља, и (б) магнетског поља овог таласа.

(а)	(б)
-----	-----

### ЗАДАЦИ

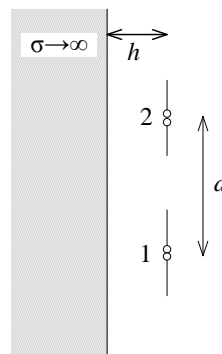
1. У вакууму постоји простопериодична струја, високе кружне учестаности  $\omega$ , само по запремини веома танког полукружног диска унутрашњег полупречника  $a$ , спољашњег полупречника  $b$  и дебљине  $\delta$  ( $\delta \ll a$ ), као на слици. Вектор густине струје дат је изразом у цилиндричном координатном систему,  $\mathbf{J} = \sqrt{2}J_0 \sin\phi \cos(\omega t + \beta r) \mathbf{i}_\phi$ , где је  $J_0$  константа,  $\beta = \omega \sqrt{\mu_0 \epsilon_0}$ ,  $a \leq r \leq b$ , и  $0 \leq \phi \leq \pi$ .



(а) Одредити расподелу наелектрисања диска. (б) У тачки  $O$  одредити комплексни вектор јачине електричног поља који потиче од наелектрисања добијеног под (а).

(в) Одредити комплексни вектор јачине индукваног електричног поља у тачки  $O$ .

2. Предајни (1) и пријемни (2) полуталасни диполи су постављени у вакууму, на међусобном растојању  $d = 2\text{m}$ , вертикално један изнад другог, као на слици. На растојању  $h = 0,5\text{m}$  од дипола, налази се вертикална, савршено проводна раван. Предајни дипол се напаја из генератора простопериодичног сигнала, учестаности  $f = 2,4\text{GHz}$ . (а) Израчунати спрегу између дипола, дефинисану као количник снаге коју пријемна антена предаје прилагођеном пријемнику и снаге којом се напаја предајна антена,  $P_p/P_0$ . (б) Како треба оријентисати предајни дипол да би спrega између дипола била нула? Образложити одговор, израчунати неопходне величине и скицирати одговарајућу слику. Сматрати да су диполи без губитака.



**Напомена:** у цилиндричном координатном систему је:

$$\text{div } \mathbf{A} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rA_r) + \frac{1}{r} \frac{\partial A_\phi}{\partial \phi} + \frac{\partial A_z}{\partial z}.$$

**ОДГОВОРИ НА ПИТАЊА И РЕШЕЊА ЗАДАТАКА СА  
ИСПИТА ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОФ, ОЕ, ОС, ИР),  
ОДРЖАНОГ 24. АВГУСТА 2017. ГОДИНЕ**

**ПИТАЊА**

1.  $a_{11} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{c}{a}$ ,  $a_{12} = a_{21} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{c}{b}$ ,  $a_{22} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{c}{b}$ .

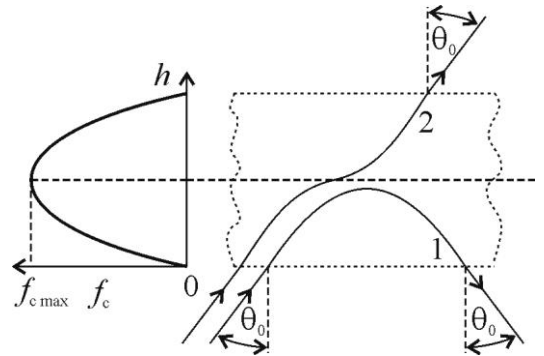
2.  $P_J = \frac{\pi\sigma\omega^2\mu_0^2 N'^2 I^2 a^4 \delta}{8}$ .

3. (а)  $\text{div} \underline{\mathbf{A}} = -j\omega\epsilon_0\mu_0 \underline{V}$ . (б)  $\underline{\mathbf{E}} = -j \frac{1}{\omega\epsilon_0\mu_0} \text{grad}(\text{div} \underline{\mathbf{A}}) - j\omega \underline{\mathbf{A}}$ .

4.  $P_{\max} = \frac{1}{120\Omega} a^2 E_{\text{кр}}^2 \sqrt{\epsilon_r} \ln \frac{b}{a}$ .

5.

При уласку у јоносферу талас се повија ка нормали. Ако је на било којој висини испуњен услов  $f_c = f \cos\theta_0$ , талас се повија надоле (пре достизања висине на којој је  $f_c = f_{c\max}$ ) и излази под истим углом под којим је ушао у јоносферу (путања 1). У противном, ако важи  $f_{c\max} < f \cos\theta_0$ , талас се након достизања висине на којој је  $f_c = f_{c\max}$  повија ка нормали, пролази кроз јоносферу и напушта је под истим углом под којим је ушао у јоносферу (путања 2).



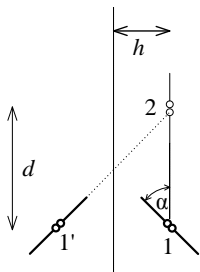
6. (а)  $E \approx 61,4 \frac{\text{mV}}{\text{m}}$ . (б)  $H \approx 162,9 \frac{\mu\text{A}}{\text{m}}$ .

**ЗАДАЦИ**

1. (а) Наелектрисања постоје само по запремини диска,  $\underline{\rho} = j \frac{J_0}{\omega} \cos\phi \frac{e^{j\beta r}}{r}$ .

(б)  $\underline{\mathbf{E}}_{\mathcal{Q}} = -j \frac{J_0 \delta}{8\omega\epsilon_0} \left( \frac{1}{a} - \frac{1}{b} + j\beta \ln \frac{b}{a} \right) \mathbf{i}_x$  (в)  $\underline{\mathbf{E}}_{\text{ind}} = j\omega \frac{\mu_0 J_0 \delta}{8} (b-a) \mathbf{i}_x$ .

2. (а)  $P_p / P_0 \approx 9,927 \cdot 10^{-7}$ . (б) Да би спрега била нула, потребно је дипол 1 оријентисати или нормално на цртеж, или га ротирати у равни цртежа за угао  $\alpha = \arctan\left(\frac{2h}{d}\right) \approx 26,6^\circ$ .



- РЕЗУЛТАТИ ИСПИТА ЋЕ БИТИ ОБЈАВЉЕНИ ДО 31. АВГУСТА У 18:00 ЧАСОВА.
- УВИД У ЗАДАТКЕ, У СОБИ 646, ЈЕ 31. АВГУСТА ОД 18:00 ДО 18:30 ЧАСОВА.