

ИСПИТ ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОФ, ОЕ, ОС, ИР)

7. септембар 2017.

Напомене. Испит траје 180 минута. Није дозвољено напуштање сале 60 минута од почетка испита. Писати искључиво хемијском оловком. Дозвољена је употреба непрограмабилних калкулатора. Дозвољена је употреба само овога папира и једне вежбанке, који се морају заједно предати. Питања радити искључиво на овоме папиру, а задатке искључиво у вежбанци. Коначне одговоре на питања и тражена извођења уписати у одговарајуће кућице, уцртати у дијаграме или заокружити понуђене одговоре. Одговори без извођења се неће признати. Вежбанка и овај папир се морају заједно предати. Свако питање носи по 5 поена, а задатак по 20 поена.

Попунити податке о кандидату у следећој табели. Исте податке написати и на омоту вежбанке.

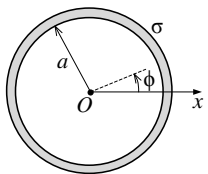
ПОДАЦИ О КАНДИДАТУ (попуњава кандидат)							КОЛОКВИЈУМ				
Индекс година/број		Презиме и име									
/							ИСПИТ				
ПИТАЊА					ЗАДАЦИ						
1.	2.	3.	4.	5.	6.	Укупно	1.	2.	Укупно	УКУПНО ПОЕНА	ОЦЕНА

ПИТАЊА

1. (а) Полазећи од диференцијалних једначина које описују стационарно магнетско поље у линеарној хомогеној средини пермеабилности μ и везе између вектора магнетске индукције, \mathbf{B} , и магнетског вектор-потенцијала, \mathbf{A} , извести диференцијалну једначину коју задовољава магнетски вектор-потенцијал. У свакој тачки простора је позната густина запреминских струја, \mathbf{J} . (б) Како гласи решење ове једначине?

(а)	(б)
-----	-----

2. Танка кружна контура полупречника a , направљена од хомогеног материјала специфичне проводности σ , налази се у вакууму, у простопериодичном квазистационарном пољу. Познат је магнетски вектор-потенцијал у контури, у цилиндричном координатном систему дат изразом $\mathbf{A}(t, \phi) = \sqrt{2}A_0 \cos\omega t \mathbf{i}_\phi$, где су A_0 и ω константе. У контури одредити комплексне векторе (а) јачине електричног поља и (б) густине струје.



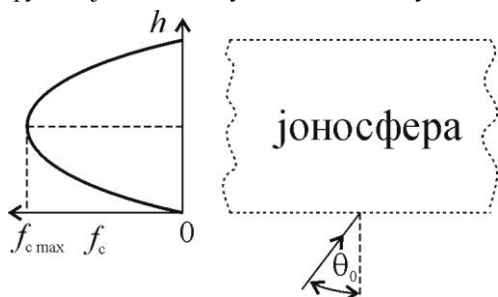
(а)	(б)
-----	-----

3. За простопериодичан вектор јачине електричног поља, чији је комплексни представник дат изразом $\mathbf{E} = (0,5\mathbf{i}_x + 4\mathbf{i}_y) + j(4\mathbf{i}_x - 0,5\mathbf{i}_y) \text{ V/m}$, израчунати (а) минимални интензитет и (б) максимални интензитет. (в) Како је поларизован овај вектор? Одговор образложити.

(а)	(б)	(в)
-----	-----	-----

4. Одредити максималну (средњу) снагу која се може преносити вођеним простопериодичним ТЕМ таласом кроз коаксијални кабл, полупречника проводника a и b , са савршеним немагнетским диелектриком релативне пермитивности ϵ_r и критичног поља E_{kr} .

5. Полазећи од Снеловог закона, објаснити простирање таласа кроз јоносферу, чија је критична учестаност параболична функција висине, а у зависности од учестаности таласа f и упадног угла θ_0 (видети слику).

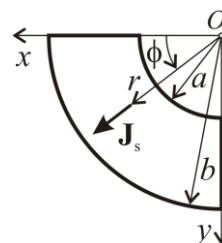


6. Раван униформан линијски поларизован TEM талас, ефективне вредности електричног поља E и учестаности f , простира се кроз вакуум у правцу z -осе Декартовог координатног система. Вектор јачине магнетског поља таласа лежи на x -оси. У тренутку $t=0$ интензитет електричног поља таласа у координатном почетку једнак је ефективној вредности и расте. Написати изразе за (а) комплексни вектор јачине електричног поља и (б) комплексни вектор јачине магнетског поља.

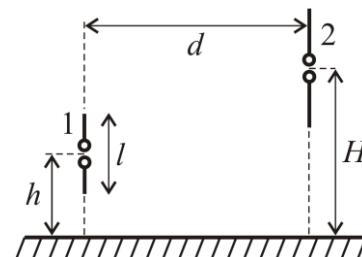
(а)	(б)
-----	-----

ЗАДАЦИ

1. У вакууму постоји простопериодична струја, високе кружне учестаности ω , само по површи облика четвртине кружног прстена, полупречника a и b , као на слици. Вектор густине површинске струје дат је изразом у цилиндричном координатном систему, $\mathbf{J}_s(r, \phi) = \sqrt{2} J_{s0} \cos(\omega t) \mathbf{i}_r$, где је J_{s0} константа, $a < r < b$ и $0 < \phi < \pi/2$. Одредити (а) расподелу наелектрисања прстена, (б) комплексни вектор јачине индукованог електричног поља у тачки O и (в) комплексни вектор јачине магнетског поља у тачки O .



2. Предајни Хецов дипол (1), дужине l , постављен је вертикално на висини h изнад савршено проводне равни. На хоризонталном растојању $d \gg h$ од Херцовог дипола и на висини $H \gg h$ изнад савршено проводне равни налази се вертикални полуталасни дипол (2), као на слици. Херцов дипол се напаја простопериодичном струјом учестаности f и ефективне вредности I . (а) Одредити израз за ефективну вредност електричног поља на месту полуталасног дипола. (б) Ако је $l=1\text{cm}$, $h=12,5\text{cm}$, $H=30\text{m}$, $d=52\text{m}$, $f=600\text{MHz}$ и $I=0,8\text{A}$, израчунати снагу коју пријемни дипол предаје прилагођеном пријемнику. Сматрати да су антене без губитака. Околна средина је ваздух.



Напомена: у цилиндричном координатном систему је:

$$\text{div } \mathbf{A} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r A_r) + \frac{1}{r} \frac{\partial A_\phi}{\partial \phi} + \frac{\partial A_z}{\partial z}.$$

**ОДГОВОРИ НА ПИТАЊА И РЕШЕЊА ЗАДАТАКА СА
ИСПИТА ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОФ, ОЕ, ОС, ИР),
ОДРЖАНОГ 7. СЕПТЕМБРА 2017. ГОДИНЕ**

ПИТАЊА

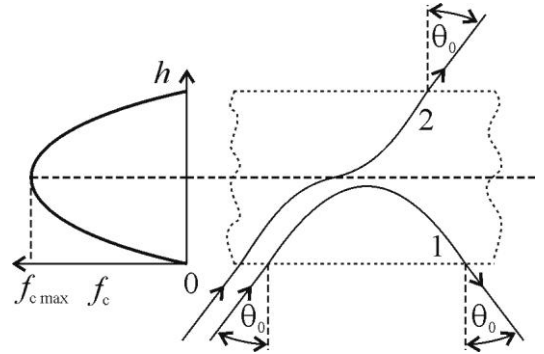
1. (a) $\Delta \mathbf{A} = -\mu \mathbf{J}$. (б) $\mathbf{A} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{\mathbf{J} dv}{R}$.

2. (a) $\underline{\mathbf{E}} = \underline{\mathbf{E}}_Q - j\omega \underline{\mathbf{A}} = -j\omega \underline{\mathbf{A}} = -j\omega A_0 \mathbf{i}_\phi$. (б) $\underline{\mathbf{J}} = -j\omega \sigma A_0 \mathbf{i}_\phi$.

3. (a) $E_{\min} = \sqrt{65/2} \text{ V/m}$. (б) $E_{\max} = \sqrt{65/2} \text{ V/m}$. (в) Вектор је кружно поларизован.

4. $P_{\max} = \frac{1}{120 \Omega} a^2 E_{\text{kr}}^2 \sqrt{\epsilon_r} \ln \frac{b}{a}$.

5.
При уласку у јоносферу талас се повија ка нормали. Ако је на било којој висини испуњен услов $f_c = f \cos \theta_0$, талас се повија надоле (пре достигања висине на којој је $f_c = f_{c\max}$) и излази под истим углом под којим је ушао у јоносферу (путања 1). У противном, ако важи $f_{c\max} < f \cos \theta_0$, талас се након достигања висине на којој је $f_c = f_{c\max}$ повија ка нормали, пролази кроз јоносферу и напушта је под истим углом под којим је ушао у јоносферу (путања 2).



6. (a) $\underline{\mathbf{E}} = E e^{-j(\pi/4+k\pi+\beta z)} (-\mathbf{i}_y)$. (б) $\underline{\mathbf{H}} = \sqrt{\epsilon_0/\mu_0} E e^{-j(\pi/4+k\pi+\beta z)} (\mathbf{i}_x)$, $\beta = 2\pi f \sqrt{\mu_0 \epsilon_0}$, $k = 0, 1$.

ЗАДАЦИ

1. (a) Површинско наелектрисање $\rho_s = j \frac{J_{s0}}{\omega r}$, линијска наелектрисања $\underline{Q}'(r=a) = j \frac{J_{s0}}{\omega}$, $\underline{Q}'(r=b) = -j \frac{J_{s0}}{\omega}$.

(б) $\underline{\mathbf{E}}_{\text{ind}} = \frac{\omega \mu_0 J_{s0}}{4\pi \beta} (e^{-j\beta b} - e^{-j\beta a}) (\mathbf{i}_x + \mathbf{i}_y)$, $\beta = \omega \sqrt{\mu_0 \epsilon_0}$. (в) $\underline{\mathbf{H}} = 0$.

2. (a) $E_1 \approx \frac{Z_0 I}{2\pi r} \left| 1 + e^{-j2\beta h \cos \theta} \right| \frac{\beta l}{2} \sin \theta$, где је $r \approx \sqrt{d^2 + H^2}$ и $\theta = \arccos \frac{H}{r}$. (б) $P_p \approx 219,3 \text{ nW}$.

- РЕЗУЛТАТИ ИСПИТА ЋЕ БИТИ ОБЈАВЉЕНИ ДО 14. СЕПТЕМБРА У 18:00 ЧАСОВА.
- УВИД У ЗАДАТКЕ, У СОБИ 646, ЈЕ 14. СЕПТЕМБРА ОД 18:00 ДО 18:30 ЧАСОВА.

Са предмета Електромагнетика