

ИСПИТ ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОГ)

16. јануар 2018.

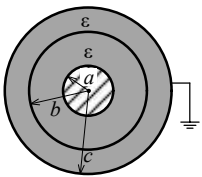
Напомене. Испит траје 180 минута и ради се самостално. Није дозвољено напуштање сале 60 минута од почетка испита. Писати искључиво хемијском оловком. Дозвољена је употреба непрограмабилних калкулатора. Дозвољена је употреба само овога папира и једне вежбанке, који се морају заједно предати. Питања радити искључиво на овоме папиру, а задатке искључиво у вежбанци. Коначне одговоре на питања и тражена извођења уписати у одговарајуће кућице, уцртати у дијаграме или заокружити понуђене одговоре. Одговори без извођења се неће признати. Вежбанка и овај папир се морају заједно предати. Свако питање носи по 5 поена, а задатак по 20 поена.

Попунити податке о кандидату у следећој табели. Исте податке написати и на омоту вежбанке.

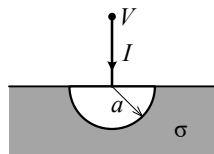
ПОДАЦИ О КАНДИДАТУ (попуњава кандидат)							КОЛОКВИЈУМ				
Индекс година/број		Презиме и име									
/							ИСПИТ				
ПИТАЊА					ЗАДАЦИ						
1.	2.	3.	4.	5.	6.	Укупно	1.	2.	Укупно	УКУПНО ПОЕНА	ОЦЕНА

ПИТАЊА

1. На слици је приказан пресек структуре која се састоји од металне кугле, полупречника a и две танке концентричне сферне металне луске полупречника b и $c > b$. Структура је испуњена диелектриком, који је хомоген, пермитивности ϵ , и распоређен је у два слоја, $a \leq r \leq b$ и $b \leq r \leq c$, где је r радијално одстојање од центра структуре. Узимајући спољашњу луску за референтни проводник, одредити коефицијенте потенцијала овог система.



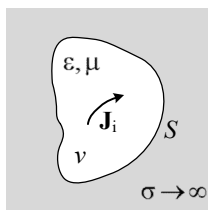
2. Полусферни уземљивач полупречника $a = 40 \text{ cm}$, укопан је у земљу, специфичне проводности $\sigma = 125 \text{ mS/m}$, као на слици. Уземљивач се налази на потенцијалу $V = 8 \text{ kV}$. Одредити струју I која протиче кроз прикључни проводник уземљивача.



3. Вектор магнетске индукције сталног магнетског поља дат је изразом у Декартовом координатном систему: $\mathbf{B} = B_0 \left(\frac{y^2}{a^2} - \frac{z}{2a} \right) \mathbf{i}_x$, где су a и B_0 познате константе и $0 \leq x, y, z \leq a$. Средина је немагнетска. Одредити вектор густине запреминских струја у домену $0 \leq x, y, z \leq a$.

4. У свакој тачки простора познат је вектор јачине квазистационарног електричног поља \mathbf{E} , услед запреминских струја и наелектрисања у домену v . Густина струја је \mathbf{J} , а средина је вакуум. Одредити израз за разлику електричних скалар-потенцијала две произвољне тачке простора.

5. (a) Написати детаљан математички исказ Поинтингове теореме у временском домену у општем случају и објаснити значење сваког члана. (б) За случај брзопроменљивог простопериодичног поља, написати исказ Поинтингове теореме у комплексном облику за домен V , ограничен површи S и окружен савршеним проводником, као на слици. Домен је испуњен савршеним диелектриком параметара ϵ и μ , а у њему постоје генератори електромагнетског поља у облику побудних струја \mathbf{J}_i .



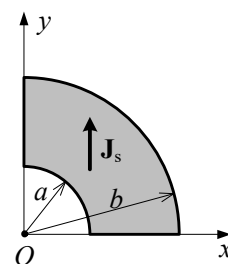
(a)	(б)
-----	-----

6. Комплексни вектор јачине електричног поља електромагнетског таласа, кружне учестаности ω , дат је изразом у Декартовом координатном систему: $\underline{\mathbf{E}} = (2\mathbf{i}_y - j4\mathbf{i}_z)e^{-j\omega\sqrt{\epsilon_0\mu_0}x}$ V/m. (a) Одредити израз за тренутну вредност овог вектора, $\mathbf{E}(t)$. Одредити (б) минимални и (в) максимални интензитет вектора $\mathbf{E}(t)$. (г) Како је поларизован овај талас?

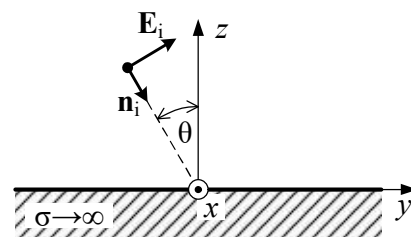
(a)	(б)	(в)	(г)
-----	-----	-----	-----

ЗАДАЦИ

1. У вакууму постоји простопериодична површинска струја, високе кружне учестаности ω , само по површи четвртине кружног прстена полупречника a и b , као на слици. Вектор површинске струје дат је изразом $\mathbf{J}_s = \sqrt{2}J_{s0} \cos(\omega t)\mathbf{i}_y$, где је J_{s0} константа. Одредити (a) расподелу наелектрисања прстена и (б) комплексни вектор јачине индукованог електричног поља у тачки O .



2. Раван униформан простопериодичан паралелно поларизован TEM талас, кружне учестаности ω и ефективне вредности јачине електричног поља E , наилази из вакуума, под углом θ у односу на нормалу, на савршено проводну раван. Одредити (a) резултантно електромагнетско поље изнад равни, (б) скуп тачака изнад равни у којима је ефективна вредност магнетског поља максимална и (в) комплексни Поинтингов вектор изнад равни.



**ОДГОВОРИ НА ПИТАЊА И РЕШЕЊА ЗАДАТАКА СА
ИСПИТА ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОГ),
ОДРЖАНОГ 16. ЈАНУАРА 2018. ГОДИНЕ**

ПИТАЊА

1. $a_{11} = \frac{1}{4\pi\epsilon} \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{c} \right), a_{12} = a_{21} = a_{22} = \frac{1}{4\pi\epsilon} \left(\frac{1}{b} - \frac{1}{c} \right).$

2. $I = 800\pi \text{ A} \approx 2,51 \text{ kA}.$

3. $\mathbf{J} = \frac{B_0}{\mu_0} \left(-\frac{1}{2a} \mathbf{i}_y - \frac{2y}{a^2} \mathbf{i}_z \right)$

4. $V_M - V_N = \int_M^N \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} + \frac{\mu_0}{4\pi} \int_M^N \frac{(\partial \mathbf{J} / \partial t) dv}{R}.$

5. (a) $-\int_V \mathbf{J}_1 \mathbf{E} dv = \int_V \mathbf{J} \mathbf{E} dv + \int_V \left(\frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \mathbf{E} + \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \mathbf{H} \right) dv + \oint_S (\mathbf{E} \times \mathbf{H}) d\mathbf{S}.$

(б) $-\int_V \mathbf{J}_1^* \mathbf{E} dv = j\omega \int_V (\mu |\mathbf{H}|^2 - \epsilon^* |\mathbf{E}|^2) dv.$

6. (a) $\mathbf{E}(t) = 2\sqrt{2} \cos(\omega t - \omega\sqrt{\epsilon_0\mu_0}x) \mathbf{i}_y + 4\sqrt{2} \sin(\omega t - \omega\sqrt{\epsilon_0\mu_0}x) \mathbf{i}_y.$ (б) $E_{\min} = 2\sqrt{2} \text{ V/m}.$ (в) $E_{\max} = 4\sqrt{2} \text{ V/m}.$ (г) Талас је поларизован елиптички.

ЗАДАЦИ

1. (a) По површи је $\rho_s = 0$. На четврткржним луковима, $r = a$ и $r = b$, постоје линијске густине наелектрисања

$\underline{Q}'_a = -\frac{J_{s0} \sin \phi}{j\omega}$ и $\underline{Q}'_b = \frac{J_{s0} \sin \phi}{j\omega}$, респективно, где се угао ϕ мери од x -осе. На равној ивици, $\phi = 0$, је $\underline{Q}' = -\frac{J_{s0}}{j\omega}$.

(б) $\mathbf{E}_{\text{ind}} = \frac{\omega\mu_0 J_{s0}}{8\beta} (e^{-j\beta b} - e^{-j\beta a}) \mathbf{i}_y.$

2. (a) $\mathbf{E}_{\text{rez}} = j2E \cos \theta \sin(\beta z \cos \theta) e^{-j\beta y \sin \theta} \mathbf{i}_y + 2E \sin \theta \cos(\beta z \cos \theta) e^{-j\beta y \sin \theta} \mathbf{i}_z,$ $\mathbf{H}_{\text{rez}} = 2 \frac{E}{Z_0} \cos(\beta z \cos \theta) e^{-j\beta y \sin \theta} \mathbf{i}_x,$ $\beta = \omega\sqrt{\epsilon_0\mu_0}$ и

$Z_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}}.$

(б) $z_n = \frac{n\lambda}{2 \cos \theta}, \lambda = \frac{1}{f\sqrt{\epsilon_0\mu_0}}, n = 1, 2, 3, \dots$ (в) $\mathbf{P} = 4 \frac{E^2}{Z_0} \cos(\beta z \cos \theta) (\sin \theta \cos(\beta z \cos \theta) \mathbf{i}_y - j \cos \theta \sin(\beta z \cos \theta) \mathbf{i}_z).$

- РЕЗУЛТАТИ ИСПИТА ЋЕ БИТИ ОБЈАВЉЕНИ ДО 21. ЈАНУАРА У 17:30 ЧАСОВА.
- УВИД У ЗАДАТКЕ, У СОБИ 63, ЈЕ 21. ЈАНУАРА ОД 17:30 ДО 18:00 ЧАСОВА.

Са предмета Електромагнетика