

# КОЛОКВИЈУМ ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОГ)

17. новембар 2018.

**Напомене.** Колоквијум траје 150 минута и ради се самостално. Није дозвољено напуштање сале 90 минута од почетка колоквијума. Писати искључиво хемијском оловком. Дозвољена је употреба непрограмабилних калкулатора. Дозвољена је употреба само овог папира и вежбанке, који се морају заједно предати. Питања радити искључиво на овоме папиру, а задатке искључиво у вежбанци. Коначне одговоре на питања и тражена извођења уписати у одговарајуће кућице, учртати у дијаграме или заокружити понуђене одговоре. Одговори без извођења се неће признати. Свако питање носи по 5 поена, а задатак по 20 поена.

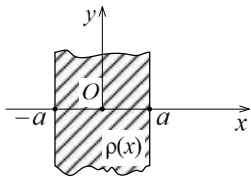
Попунити податке о кандидату у следећој табели. Исте податке написати и на омоту вежбанке.

ПОДАЦИ О КАНДИДАТУ					Укупно поена	
Индекс година/број	Презиме и име					
/						
ПИТАЊА				ЗАДАЦИ		
1	2	3	4	1	2	

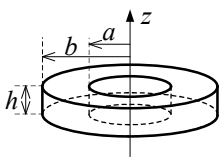
## ПИТАЊА

1. У вакууму, у делу простора, постоји запремински расподељено наелектрисање, чија густина зависи само од Декартове  $x$ -координате и дата је изразом,  $\rho(x) = \begin{cases} \rho_0(e^{x/a} - e^{-x/a}), & |x| \leq a \\ 0, & |x| > a \end{cases}$  при чему су познате позитивне константе  $\rho_0$  и  $a$ .

Решавањем Поасонове једначине одредити електрични скалар-потенцијал  $V(x, y, z)$  за  $|x| \leq a$ , ако су познати  $V(x = -a) = V_1$  и  $V(x = a) = V_2$ , где су  $V_1$  и  $V_2$  познате константе.



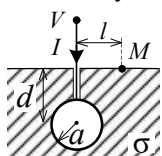
2. У шупљем цилиндру од диелектрика, полупречника  $a$  и  $b$  и висине  $h$ , познат је вектор поларизације у цилиндричном координатном систему  $\mathbf{P} = P_0(a/r)^2 \mathbf{i}_r$ ,  $a \leq r \leq b$ . Одредити расподелу запреминских и површинских везаних наелектрисања цилиндра. Околна средина је вакуум.



3. (а) Написати потпуни систем диференцијалних једначина за стационарно магнетско поље. (б) Написати везу између вектора магнетске индукције и магнетског вектор-потенцијала  $\mathbf{A}$ . (в) Полазећи од претходних израза, извести диференцијалну једначину коју задовољава овај потенцијал у вакууму у домену у чијој је свакој тачки познат вектор густине запреминске струје  $\mathbf{J}$ .

(а)	(б)	(в)

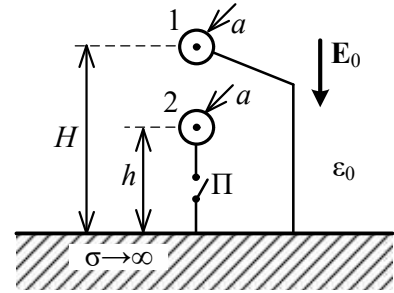
4. Сферни уземљивач полупречника  $a = 20\text{cm}$  укопан је у хомогену земљу специфичне проводности  $\sigma = 5 \cdot 10^{-3} \text{ S/m}$  на дубини  $d = 10\text{m}$ . Услед кратког споја на инсталацији, уземљивач се налази на потенцијалу  $V = 8\text{kV}$ . Израчунати (а) струју уземљивача ( $I$ ) и (б) вектор јачине електричног поља на површи земље у тачки  $M$ , на растојању  $l = d/\sqrt{3}$  од проводника уземљивача.



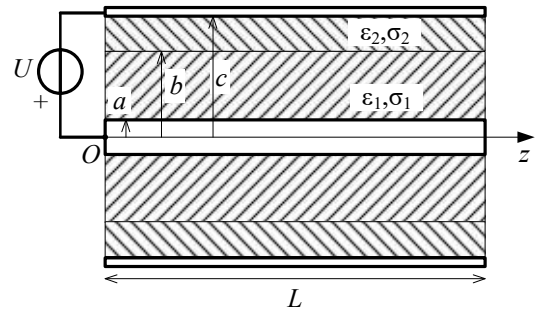
(а)	(б)

## ЗАДАЦИ

1. Два веома дугачка паралелна цилиндрична проводника, полупречника попречног пресека  $a$ , постављена су у ваздуху један изнад другог, на висинама  $h$  и  $H$  ( $H > h \gg a$ ) изнад бесконачне проводне равни, као на слици. Изнад равни постоји хомогено страно електростатичко поље јачине  $E_0$ . Вектор јачине тог електричног поља нормалан је на раван и усмерен ка њој. (а) Одредити коефицијенте потенцијала система проводника. (б) Одредити потенцијал проводника 2 у стационарном стању при отвореном прекидачу П, ако је проводник 2 ненаелектрисан, а проводник 1 галвански спојен са равни танком проводном жицом. (в) Одредити наелектрисање проводника 2 након затварања прекидача и успостављања новог стационарног стања.



2. На улаз правог коаксијалног вода дужине  $L$ , унутрашњег полупречника  $a$  и спољашњег полупречника  $c$ , прикључен је генератор временски константног напона  $U$ . Вод је испуњен са два линеарна хомогена несавршена диелектрична слоја, специфичних проводности  $\sigma_1$  и  $\sigma_2$  и пермитивности  $\epsilon_1$  и  $\epsilon_2$ , као на слици. Полупречник раздвојне површи слојева је  $b$ . Занемарујући ивичне ефекте, одредити (а) укупну проводност вода,  $G$ , (б) слободно наелектрисање на раздвојној површи слојева и (в) јачину магнетског поља унутар вода,  $H(r, z)$ , где је  $a < r < b$  и  $0 \leq z \leq L$ .



**Напомена:** у цилиндричном координатном систему је:

$$\operatorname{div} \mathbf{A} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r A_r) + \frac{1}{r} \frac{\partial A_\phi}{\partial \phi} + \frac{\partial A_z}{\partial z}.$$

**ОДГОВОРИ НА ПИТАЊА И РЕШЕЊА ЗАДАТАКА СА КОЛОКВИЈУМА ИЗ  
ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОГ), ОДРЖАНОГ  
17. НОВЕМБРА 2018. ГОДИНЕ**

**ПИТАЊА**

1.  $V(x, y, z) = -\frac{\rho_0 a^2}{\epsilon_0} (e^{x/a} - e^{-x/a}) + \left( \frac{V_2 - V_1}{2a} + \frac{\rho_0 a}{\epsilon_0} (e^1 - e^{-1}) \right) x + \frac{V_1 + V_2}{2}, |x| \leq a.$
2. Запреминско везано наелектрисање је  $\rho_p(r) = P_0 \frac{a^2}{r^3}$ , а површинско  $\rho_{ps}(r=a) = -P_0$  и  $\rho_{ps}(r=b) = P_0 \frac{a^2}{b^2}$ .
3. (а)  $\text{rot } \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{J}$ ,  $\text{div } \mathbf{B} = 0$ . (б)  $\mathbf{B} = \text{rot } \mathbf{A}$ . (в)  $\Delta \mathbf{A} = -\mu_0 \mathbf{J}$ .
4. (а)  $I \approx 100,5 \text{ A}$ . (б) Вектор јачине електричног поља је тангенцијалан на површ земље и усмерен је радијално од проводника уземљивача, а његов интензитет износи  $E = 12 \text{ V/m}$ .

**ЗАДАЦИ**

1. (а)  $a_{11} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{2H}{a}$ ,  $a_{22} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{2h}{a}$ ,  $a_{12} = a_{21} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{H+h}{H-h}$ . (б)  $V_2 = E_0 \left( h - H \frac{a_{12}}{a_{11}} \right)$ . (в)  $Q_2' = E_0 \frac{a_{12}H - a_{11}h}{a_{11}a_{22} - a_{12}^2}$
2. (а)  $G = \frac{2\pi L}{\frac{1}{\sigma_1} \ln \frac{b}{a} + \frac{1}{\sigma_2} \ln \frac{c}{b}}$ . (б)  $\rho_s(r=b) = \frac{GU}{2\pi bL} \left( \frac{\epsilon_2}{\sigma_2} - \frac{\epsilon_1}{\sigma_1} \right)$ . (в)  $H(r, z) = \frac{GU}{2\pi r} \left( 1 - \frac{z}{L} \right)$ .

- РЕЗУЛТАТИ КОЛОКВИЈУМА ЋЕ БИТИ ОБЈАВЉЕНИ ДО 25. НОВЕМБРА У 11:00 ЧАСОВА.
- УВИД У ЗАДАТКЕ (У СОБИ 63) ЈЕ 25. НОВЕМБРА ОД 11:00 ДО 11:30 ЧАСОВА.

Са предмета Електромагнетика