

КОЛОКВИЈУМ ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОГ)

16. новембар 2019.

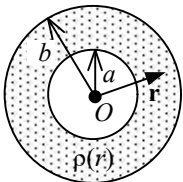
Напомене. Колоквијум траје 150 минута и ради се самостално. Није дозвољено напуштање сале 90 минута од почетка колоквијума. Писати искључиво хемијском оловком. Дозвољена је употреба непрограмабилних калкулатора. Дозвољена је употреба само овог папира и вежбанке, који се морају заједно предати. Питања радити искључиво на овоме папиру, а задатке искључиво у вежбанци. Коначне одговоре на питања и тражена извођења уписати у одговарајуће кућице, учртати у дијаграме или заокружити понуђене одговоре. Одговори без извођења се неће признати. Свако питање носи по 5 поена, а задатак по 20 поена.

Попунити податке о кандидату у следећој табlici. Исте податке написати и на омоту вежбанке.

ПОДАЦИ О КАНДИДАТУ					Укупно поена	
Индекс година/број	Презиме и име					
/						
ПИТАЊА				ЗАДАЦИ		
1	2	3	4	1	2	

ПИТАЊА

1. У вакууму постоји слободно наелектрисање по запремини сферне љуске унутрашњег полупречника a и спољашњег b . Густина наелектрисања је дата изразом $\rho(r) = \rho_0 b/r$, где је r радијална координата од центра љуске. Потенцијали у односу на тачку у бесконачности на унутрашњој и спољашњој површи љуске су познати и износе V_a и V_b , респективно. Полазећи од Поасонове једначине одредити расподелу потенцијала унутар љуске $V(r)$, $a \leq r \leq b$.



2. За стационарно струјно поље у линеарној нехомогеној средини (а) написати потпун систем једначина у диференцијалном облику и (б) одредити густину слободног наелектрисања. Сматрати да су у свакој тачки средине познати пермитивност, специфична проводност и вектор густине струје.

(а)	(б)
-----	-----

3. (а) Написати математички исказ Стоксове теореме. (б) Полазећи од ове теореме извести диференцијални облик уопштеног Амперовог закона.

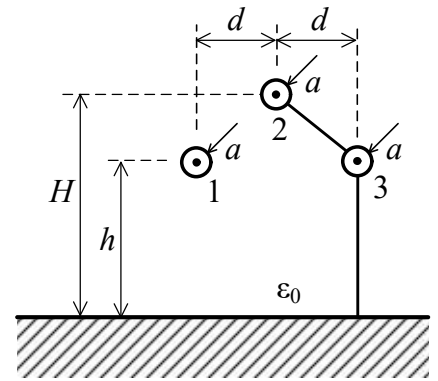
(а)	(б)
-----	-----

4. (а) Написати потпун систем диференцијалних једначина за квазистационарно електромагнетско поље у произвољној средини. (б) Написати изразе за векторе јачине електричног поља које потиче од вишка наелектрисања и индукованог електричног поља, ако су у свакој тачки средине познати електрични скалар-потенцијал и магнетски вектор-потенцијал. (в) Написати везу између вектора магнетске индукције и магнетског вектор-потенцијала.

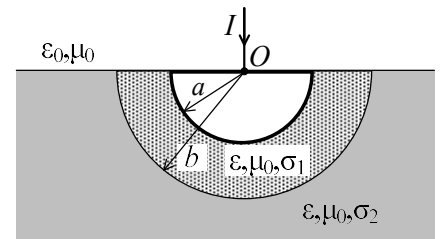
(а)	(б)	(в)
-----	-----	-----

ЗАДАЦИ

1. Три танка, дугачка, паралелна жичана проводника постављена су у ваздуху паралелно проводној равни, као на слици. Полупречник сваког од проводника је $a = 0,5 \text{ mm}$, а њихово међусобно хоризонтално растојање је $d = 5 \text{ mm}$. Проводници 1 и 3 се налазе на висини $h = 15 \text{ mm}$, а проводник 2 на висини $H = 20 \text{ mm}$. Проводник 1 је наелектрисан подужним наелектресењем $Q' = 30 \text{ pC/m}$. Проводници 2 и 3 су међусобно галвански спојени, а проводник 3 је галвански спојен са проводном равни. Израчунати (а) коефицијенте потенцијала датог система проводника, (б) подужна наелектресења другог и трећег проводника и (в) подужну капацитивност оваквог вода.



2. Полусферни уземљивач полупречника a укопан је у земљу пермитивности ϵ , као на слици. Специфична проводност слоја земље уз уземљивач је σ_1 , а остатка земље је σ_2 . Полупречник раздвојне површи између слојева земље је b . Специфична проводност уземљивача је много већа од σ_1 и σ_2 . Струја уземљивача је временски константна, јачине I . Одредити (а) отпорност уземљивача (б) расподелу запреминског и површинског слободног наелектресења у земљи и (в) вектор јачине магнетског поља у земљи.



Напомена: у сферном координатном систему је

$$\text{grad } f = \frac{\partial f}{\partial r} \mathbf{i}_r + \frac{1}{r} \frac{\partial f}{\partial \theta} \mathbf{i}_\theta + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial f}{\partial \phi} \mathbf{i}_\phi$$

$$\text{div } \mathbf{A} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 A_r) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (A_\theta \sin \theta) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial A_\phi}{\partial \phi}$$

**ОДГОВОРИ НА ПИТАЊА И РЕШЕЊА ЗАДАТАКА СА КОЛОКВИЈУМА ИЗ
ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОГ), ОДРЖАНОГ
16. НОВЕМБРА 2019. ГОДИНЕ**

ПИТАЊА

$$1. V(r) = -\frac{\rho_0 b r}{2\epsilon_0} - \frac{A}{r} +, \quad A = \frac{-\rho_0 b(a-b) + V_b - V_a}{\frac{1}{a} - \frac{1}{b}}, \quad B = \frac{-\rho_0(a^2 - b^2) + \frac{V_b}{a} - \frac{V_a}{b}}{\frac{1}{a} - \frac{1}{b}}.$$

$$2. (a) \operatorname{rot} \mathbf{E} = 0, \operatorname{div} \mathbf{J} = 0, \mathbf{J} = \sigma \mathbf{E}. \quad (б) \rho = \mathbf{J} \cdot \operatorname{grad} \frac{\epsilon}{\sigma}.$$

$$3. (a) \oint_C \mathbf{A} \cdot d\mathbf{l} = \int_S \operatorname{rot} \mathbf{A} \cdot d\mathbf{S}. \quad (б) \oint_C \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = \int_S \mathbf{J} \cdot d\mathbf{S} \Rightarrow \operatorname{rot} \mathbf{H} = \mathbf{J}.$$

$$4. (a) \operatorname{rot} \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \operatorname{rot} \mathbf{H} = \mathbf{J}, \operatorname{div} \mathbf{D} = \rho, \operatorname{div} \mathbf{B} = 0, \mathbf{D} = \epsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P}, \mathbf{H} = \frac{\mathbf{B}}{\mu_0} - \mathbf{M}, \mathbf{P} = \mathbf{P}(\mathbf{E}), \mathbf{M} = \mathbf{M}(\mathbf{B}), \mathbf{J} = \mathbf{J}(\mathbf{E}).$$

$$(б) \mathbf{E}_Q = -\operatorname{grad} V, \mathbf{E}_{\text{ind}} = -\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t}. \quad (в) \mathbf{B} = \operatorname{rot} \mathbf{A}.$$

ЗАДАЦИ

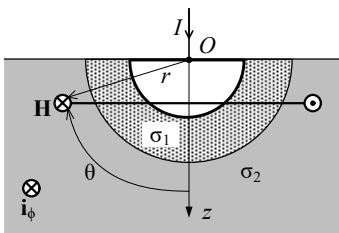
$$1. (a) a_{11} = a_{33} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{2h}{a} \approx 7,36 \cdot 10^{10} \frac{\text{m}}{\text{F}}, \quad a_{22} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{2H}{a} \approx 7,88 \cdot 10^{10} \frac{\text{m}}{\text{F}},$$

$$a_{12} = a_{21} = a_{23} = a_{32} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{\sqrt{(H+h)^2 + d^2}}{\sqrt{(H-h)^2 + d^2}} \approx 2,89 \cdot 10^{10} \frac{\text{m}}{\text{F}}, \quad a_{13} = a_{31} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{\sqrt{4h^2 + 4d^2}}{2d} \approx 2,07 \cdot 10^{10} \frac{\text{m}}{\text{F}}.$$

$$(б) Q_2' = -Q_1' \frac{a_{12}a_{11} - a_{12}a_{13}}{a_{11}a_{22} - a_{12}^2} \approx -9,26 \text{ pC/m}, \quad Q_3' = -Q_1' \frac{a_{13}a_{22} - a_{12}^2}{a_{11}a_{22} - a_{12}^2} \approx -4,8 \text{ pC/m}. \quad (в) C' = \frac{Q_1'}{V_1} \approx 16,29 \text{ pF/m}.$$

$$2. (a) R_{\text{uz}} = \frac{1}{2\pi b} \left(\frac{b-a}{\sigma_1 a} + \frac{1}{\sigma_2} \right). \quad (б) \rho = 0, \quad \rho_s(r=a) = \frac{\epsilon I}{2\pi\sigma_1 a^2}, \quad \rho_s(r=b) = \frac{\epsilon I}{2\pi b^2} \left(\frac{1}{\sigma_2} - \frac{1}{\sigma_1} \right).$$

$$(в) \mathbf{H}(r, \theta) = \frac{I}{2\pi r} \cdot \frac{1 - \cos\theta}{\sin\theta} \mathbf{i}_\phi, \text{ где су углови } \theta \text{ и } \phi \text{ дефинисани као на слици, а } r \text{ је радијално растојање од тачке } O.$$



- РЕЗУЛТАТИ КОЛОКВИЈУМА ЋЕ БИТИ ОБЈАВЉЕНИ ДО 22. НОВЕМБРА У 16:00 ЧАСОВА.
- УВИД У ЗАДАТКЕ (У СОБИ 63) ЈЕ 22. НОВЕМБРА ОД 16:00 ДО 16:30 ЧАСОВА.

Са предмета Електромагнетика