ИСПИТ ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОГ)

9. јануар 2020.

Напомене. Испит траје 180 минута и ради се самостално. Није дозвољено напуштање сале 60 минута од почетка испита. Писати искључиво хемијском оловком. Дозвољена је употреба непрограмабилних калкулатора. Дозвољена је употреба само овога папира и једне вежбанке, који се морају предати. Питања радити искључиво на овоме папиру, а задатке искључиво у вежбанци. Коначне одговоре на питања и тражена извођења уписати у одговарајуће кућице, уцртати у дијаграме или заокружити понуђене одговоре. Одговори без извођења се неће признати. Свако питање носи по 5 поена, а задатак по 20 поена.

Попунити податке о кандидату у следећој таблици. Исте податке написати и на омоту вежбанке.

<table>
<tr><td colspan="2">ПОДАЦИ О КАНДИДАТУ (попуњава кандидат)</td><td>КОЛОКВИЈУМ</td></tr>
<tr><td>Индекс
година/број</td><td>Презиме и име</td><td></td></tr>
<tr><td>/</td><td></td><td>ИСПИТ</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td colspan="7">ПИТАЊА</td><td colspan="3">ЗАДАЦИ</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>1.</td><td>2.</td><td>3.</td><td>4.</td><td>5.</td><td>6.</td><td>Укупно</td><td>1.</td><td>2.</td><td>Укупно</td><td>УКУПНО ПОЕНА</td><td>ОЦЕНА</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>

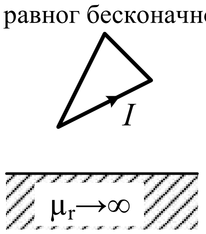
ПИТАЊА

1. (а) Написати изразе за градијент и дивергенцију у Декартовом координатном систему. (б) Позната је функција расподеле електростатичког потенцијала у Декартовом координатном систему $V(x,y) = V_1 \sin(\pi x/a) + V_2 \cos(\pi y/b) + V_3$, где су a, b, V_1, V_2 и V_3 познате позитивне константе. Средина је вакуум. Одредити функцију расподеле запреминског наелектрисања које ствара овакву расподелу потенцијала.

(а)	(б)

2. Полазећи од основних једначина које описују стационарно струјно поље, извести везу између капацитивности и проводности кондензатора са несавршеним хомогеним диелектриком пермитивности ε и специфичне проводности σ.

3. На примеру троугаоне жичане контуре, у којој постоји стационарна струја јачине I и која се налази у вакууму изнад равног бесконачно великог феромагнетика, илустровати теорему ликова за стационарно магнетско поље.



4. Написати (а) потпун систем диференцијалних једначина за квазистационарно електромагнетско поље у линеарној средини пермитивности ε, пермеабилности μ и специфичне проводности σ и (б) везу између вектора магнетске индукције и магнетског вектор-потенцијала. (в) На основу израза добијених под (а) и (б), извести диференцијалну једначину коју задовољава магнетски вектор-потенцијал, ако је у свакој тачки простора познат вектор густине квазистационарне струје $\mathbf{J}$.

(а)	(б)	(в)

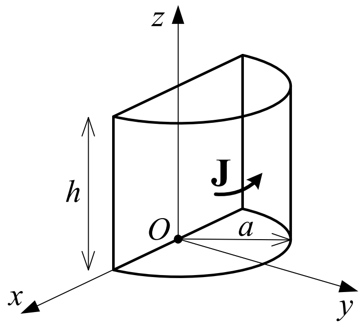
5. Извести Поинтингову теорему у комплексном облику за случај линеарне и хомогене средине у којој постоје запреминске побудне струје $\underline{\mathbf{J}}_\mathrm{i}$. Објаснити значење сваког члана у исказу Поинтингове теореме.

6. Раван униформан простопериодиан ТЕМ талас, угаоне учестаности ω, простире се кроз хомогену линеарну средину пермитивности ε, пермеабилности μ и специфичне проводности σ. Одредити (а) коефицијент слабљења и (б) фазни коефицијент таласа ако се средина може сматрати добрим диелектриком $(\sigma << \omega\varepsilon)$.

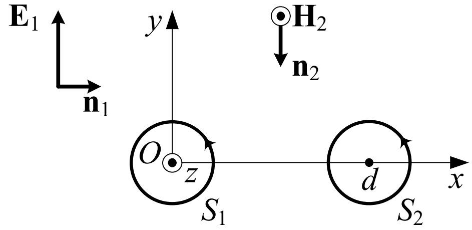
(а)	(б)

ЗАДАЦИ

1. У вакууму постоји простопериодична струја, високе кружне учестаности ω само по запремини половине цилиндра полупречника a и висине h , као на слици. Вектор густине струје дат је изразом у цилиндричном координатном систему $\mathbf{J}(t) = \sqrt{2}J_0(z/a)\cos(\omega t + \omega\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}\sqrt{r^2+z^2})\mathbf{i}_\phi$, где је J_0 константа, $0 < r < a$, $0 < z < h$ и $0 < \phi < \pi$. (а) Написати израз комплексног представника вектора густине струје $\mathbf{J}(t)$. Одредити (б) расподелу наелектрисања цилиндра и (в) комплексни вектор јачине индукованог електричног поља у тачки O .



2. Два равна униформна линијски поларизована простопериодична ТЕМ таласа, истих учестаности f , простиру се у вакууму, као на слици. У пољу ових таласа налазе се две електрички мале контуре једнаких површина $S_1 = S_2 = S$, чији су центри у тачкама $(0,0,0)$ и $(d,0,0)$, где је $d > 0$. Ефективна вредност електричног поља првог таласа је E_1, а ефективна вредност магнетског поља другог таласа је H_2. На месту прве контуре (тачка O), вектори јачине електричнг поља првог и другог таласа су у фази. (а) Написати изразе за комплексне векторе електричног и магнетског поља инцидентних таласа. Одредити (б) изразе за резултантне комплексне векторе електричног и магнетног поља у целом простору и (в) изразе за ефективну вредност емс индукованих у контурама 1 и 2. (г) Ако је $E_1 = E$ и $H_2 = E\sqrt{\varepsilon_0/\mu_0}$, одредити скуп учестаности f за који однос ефективних вредности емс индукованих у контурама износи $\varepsilon_{\mathrm{ind2}}/\varepsilon_{\mathrm{ind1}} = \sqrt{3}/2$.



Напомена

У цилиндричном кооридннантом систему је

$$\operatorname{div}\mathbf{A} = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(rA_r\right) + \frac{1}{r}\frac{\partial A_\phi}{\partial \phi} + \frac{\partial A_z}{\partial z}$$

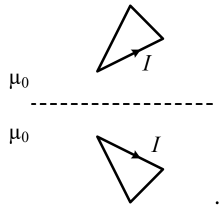
ОДГОВОРИ НА ПИТАЊА И РЕШЕЊА ЗАДАТАКА СА ИСПИТА ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОГ), ОДРЖАНОГ 9. ЈАНУАРА 2020. ГОДИНЕ

ПИТАЊА

1. (а) $\operatorname{grad} f = \frac{\partial}{\partial x}\mathbf{i}_x + \frac{\partial}{\partial y}\mathbf{i}_y + \frac{\partial}{\partial z}\mathbf{i}_z$, $\operatorname{div}\mathbf{F} = \frac{\partial}{\partial x}F_x + \frac{\partial}{\partial y}F_y + \frac{\partial}{\partial z}F_z$. (б) $\rho(x,y) = \frac{\varepsilon_0 V_1 \pi^2}{a^2}\sin\left(\frac{\pi x}{a}\right) + \frac{\varepsilon_0 V_2 \pi^2}{b^2}\cos\left(\frac{\pi y}{b}\right)$.

2. $G = \frac{\sigma}{\varepsilon}C$.

3.



.

4. (а) $\operatorname{rot}\mathbf{E} = -\mu\frac{\partial\mathbf{H}}{\partial t}$, $\operatorname{rot}\mathbf{H} = \mathbf{J} = \sigma\mathbf{E}$, $\operatorname{div}\mathbf{E} = \frac{\rho}{\varepsilon}$, $\operatorname{div}\mathbf{H} = 0$. (б) $\mathbf{B} = \operatorname{rot}\mathbf{A}$. (в) $\Delta\mathbf{A} = -\mu\mathbf{J}$.

5. $\overbrace{-\int_v \underline{\mathbf{J}}_\mathrm{i}^* \cdot \underline{\mathbf{E}}\,\mathrm{d}v}^{\text{Снага генератора}} = \overbrace{\int_v \sigma|\underline{\mathbf{E}}|^2\mathrm{d}v}^{\text{Џулови губици}} + \overbrace{\mathrm{j}\omega\int_v\left(\mu|\underline{\mathbf{H}}|^2 - \varepsilon^*|\underline{\mathbf{E}}|^2\right)\mathrm{d}v}^{\text{Стварање и одржавање ЕМ поља}} + \overbrace{\oint_S\left(\underline{\mathbf{E}}\times\underline{\mathbf{H}}^*\right)\cdot\mathrm{d}\mathbf{S}}^{\text{Размена електромагнетске енергије кроз } S}$.

6. (а) $\alpha \approx \frac{\sigma}{2}\sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}$. (б) $\beta \approx \omega\sqrt{\varepsilon\mu}$.

ЗАДАЦИ

1. (а) $\underline{\mathbf{J}} = J_0\frac{z}{a}e^{\mathrm{j}\beta\sqrt{r^2+z^2}}\,\mathbf{i}_\phi$, где је $\beta = \omega\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}$. (б) $\underline{\rho} = 0$, $\underline{\rho}_{\mathrm{s}1}(x>0,0,z) = -\frac{J_0 z}{\mathrm{j}\omega a}\cdot\mathrm{e}^{\mathrm{j}\beta\sqrt{x^2+z^2}}$, $\underline{\rho}_{\mathrm{s}2}(x<0,0,z) = \frac{J_0 z}{\mathrm{j}\omega a}\cdot\mathrm{e}^{\mathrm{j}\beta\sqrt{x^2+z^2}}$.

(в) $\underline{\mathbf{E}}_\mathrm{ind} = \frac{\mathrm{j}\omega\mu_0 J_0}{6\pi a}\left[(h^2+a^2)^{\frac{3}{2}} - a^3 - h^3\right]\mathbf{i}_x$.

2. (а) $\underline{\mathbf{E}}_1 = E_1\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\beta x}\,\mathbf{i}_y$, $\underline{\mathbf{H}}_1 = \frac{E_1}{Z_0}\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\beta x}\,\mathbf{i}_z$, $\underline{\mathbf{E}}_2 = Z_0 H_2\mathrm{e}^{\mathrm{j}\beta y}\,\mathbf{i}_x$, $\underline{\mathbf{H}}_2 = H_2\mathrm{e}^{\mathrm{j}\beta y}\,\mathbf{i}_z$.

(б) $\underline{\mathbf{E}}_\mathrm{rez} = E_1\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\beta x}\,\mathbf{i}_y + Z_0 H_2\mathrm{e}^{\mathrm{j}\beta y}\,\mathbf{i}_x$, $\underline{\mathbf{H}}_\mathrm{rez} = \left(\frac{E_1}{Z_0}\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\beta x} + H_2\mathrm{e}^{\mathrm{j}\beta y}\right)\mathbf{i}_z$, где је $\beta = 2\pi f\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}$, $Z_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}$.

(в) $\varepsilon_\mathrm{ind1} = \omega\mu_0 S\left(\frac{E_1}{Z_0} + H_2\right)$, $\varepsilon_\mathrm{ind2} = \omega\mu_0 S\sqrt{\left(H_2 + \frac{E_1}{Z_0}\cos(\beta d)\right)^2 + \left(\frac{E_1}{Z_0}\sin(\beta d)\right)^2}$. (г) $f_n = \begin{cases} \frac{1}{d\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}}\left(\frac{1}{6}+n\right) \\ \frac{1}{d\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}}\left(\frac{5}{6}+n\right) \end{cases}$, $n = 0,1,2...$.

- РЕЗУЛТАТИ ИСПИТА ЋЕ БИТИ ОБЈАВЉЕНИ ДО 17. ЈАНУАРА У 10:30 ЧАСОВА.
- УВИД У ЗАДАТКЕ (У СОБИ 63) ЈЕ 17. ЈАНУАРА ОД 10:30 ДО 11:00 ЧАСОВА.

Са предмета Електромагнетика