

# КОЛОКВИЈУМ ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОГ)

9. јануар 2020.

**Напомене.** Колоквијум траје 150 минута и ради се самостално. Није дозвољено напуштање сале 90 минута од почетка колоквијума. Писати искључиво хемијском оловком. Дозвољена је употреба непрограмабилних калкулатора. Дозвољена је употреба само овог папира и вежбанке, који се морају предати. Питања радити искључиво на овоме папиру, а задатке искључиво у вежбанци. Коначне одговоре на питања и тражена извођења уписати у одговарајуће кућице, уцртати у дијаграме или заокружити понуђене одговоре. Одговори без извођења се неће признати. Свако питање носи по 5 поена, а задатак по 20 поена.

Попунити податке о кандидату у следећој табели. Исте податке написати и на омоту вежбанке.

ПОДАЦИ О КАНДИДАТУ					Укупно поена	
Индекс година/број	Презиме и име					
/						
ПИТАЊА				ЗАДАЦИ		
1	2	3	4	1	2	

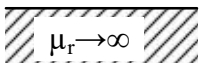
## ПИТАЊА

1. (а) Написати изразе за градијент и дивергенцију у Декартовом координатном систему. (б) Позната је функција расподеле електростатичког потенцијала у Декартовом координатном систему  $V(x, y) = V_1 \sin(\pi x/a) + V_2 \cos(\pi y/b) + V_3$ , где су  $a$ ,  $b$ ,  $V_1$ ,  $V_2$  и  $V_3$  познате позитивне константе. Средина је вакуум. Одредити функцију расподеле запреминског наелектрисања које ствара овакву расподелу потенцијала.

(а)	(б)
-----	-----

2. Полазећи од основних једначина које описују стационарно струјно поље, извести везу између капацитивности и проводности кондензатора са несавршеним хомогеним диелектриком пермитивности  $\epsilon$  и специфичне проводности  $\sigma$ .

3. На примеру троугаоне жичане контуре, у којој постоји стационарна струја јачине  $I$  и која се налази у вакууму изнад равнoг бесконачно великог феромагнетика, илустровати теорему ликова за стационарно магнетско поље.

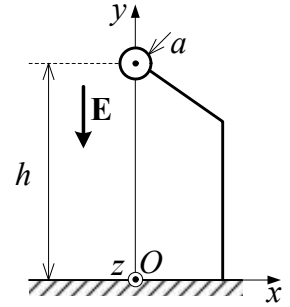


4. Написати (а) потпун систем диференцијалних једначина за квазистационарно електромагнетско поље у линеарној средини пермитивности  $\epsilon$ , пермеабилности  $\mu$  и специфичне проводности  $\sigma$  и (б) везу између вектора магнетске индукције и магнетског вектор-потенцијала. (в) На основу израза добијених под (а) и (б), извести диференцијалну једначину коју задовољава магнетски вектор-потенцијал, ако је у свакој тачки простора познат вектор густине квазистационарне струје  $\mathbf{J}$ .

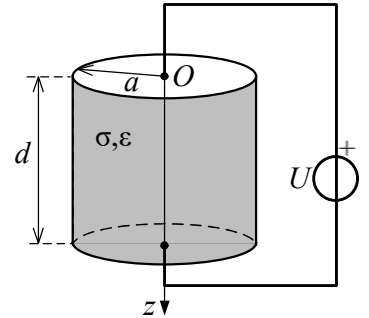
(а)	(б)	(в)
-----	-----	-----

## ЗАДАЦИ

1. Веома дугачак цилиндрични проводник, полупречника попречног пресека  $a$ , постављен је у вакууму, на висини  $h$  ( $h \gg a$ ) изнад бесконачне проводне равни. Проводник је танком жицом спојен са проводном равни и налази се у хомогеном електричном пољу облака, јачине  $E$ . Вектор електричног поља облака нормалан је на проводну раван и усмерен ка њој. Одредити (а) подужно наелектрисање проводника, (б) израз за потенцијал у произвољној тачки простора и (в) израз за резултантни вектор јачине електричног поља на  $y$ -оси испод проводника ( $0 < y < h - a$ ).



2. Плочасти кондензатор веома танких кружних електрода полупречника  $a$ , испуњен је нехомогеним, несавршеним диелектриком дебљине  $d$ , пермитивности  $\epsilon$  и специфичне проводности  $\sigma(z) = \sigma_0 / (1 + \sin(\pi z / d))$ , где су  $\epsilon$  и  $\sigma_0$  константе и  $0 \leq z \leq d$ . Кондензатор је прикључен на идеалан генератор временски константног напона  $U$ . Занемарујући ивичне ефекте, одредити (а) проводност кондензатора, (б) расподелу слободног наелектрисања кондензатора и (в) вектор јачине магнетског поља у диелектрику, сматрајући да постоји само циркуларна компонента тог вектора, која зависи само од радијалног растојања од  $z$ -осе.



### Напомена

У цилиндричном координатном систему је

$$\operatorname{div} \mathbf{A} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r A_r) + \frac{1}{r} \frac{\partial A_\phi}{\partial \phi} + \frac{\partial A_z}{\partial z}$$

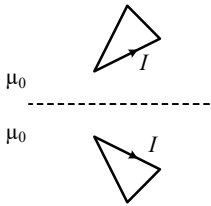
**ОДГОВОРИ НА ПИТАЊА И РЕШЕЊА ЗАДАТАКА СА КОЛОКВИЈУМА ИЗ  
ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОГ), ОДРЖАНОГ  
9. ЈАНУАРА 2020. ГОДИНЕ**

**ПИТАЊА**

1. (a)  $\text{grad } f = \frac{\partial}{\partial x} \mathbf{i}_x + \frac{\partial}{\partial y} \mathbf{i}_y + \frac{\partial}{\partial z} \mathbf{i}_z$ ,  $\text{div } \mathbf{F} = \frac{\partial}{\partial x} F_x + \frac{\partial}{\partial y} F_y + \frac{\partial}{\partial z} F_z$ . (б)  $\rho(x, y) = \frac{\varepsilon_0 V_1 \pi^2}{a^2} \sin\left(\frac{\pi x}{a}\right) + \frac{\varepsilon_0 V_2 \pi^2}{b^2} \cos\left(\frac{\pi y}{b}\right)$ .

2.  $G = \frac{\sigma}{\varepsilon} C$ .

3.



4. (a)  $\text{rot } \mathbf{E} = -\mu \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t}$ ,  $\text{rot } \mathbf{H} = \mathbf{J} = \sigma \mathbf{E}$ ,  $\text{div } \mathbf{D} = \rho$ ,  $\text{div } \mathbf{H} = 0$ ,  $\mathbf{D} = \varepsilon \mathbf{E}$ . (б)  $\mathbf{B} = \text{rot } \mathbf{A}$ . (в)  $\Delta \mathbf{A} = -\mu \mathbf{J}$ .

**ЗАДАЦИ**

1. (a)  $Q' = -\frac{2\pi\varepsilon_0 E h}{\ln\left(\frac{2h}{a}\right)}$ . (б)  $V(x, y, z) = -\frac{E h}{\ln\left(\frac{2h}{a}\right)} \ln\left(\frac{\sqrt{x^2 + (h+y)^2}}{\sqrt{x^2 + (h-y)^2}}\right) + E y$ . (в)  $\mathbf{E}(0, y, 0) = E_y \mathbf{i}_y = \left( \frac{2E}{\ln\left(\frac{2h}{a}\right)} \frac{h^2}{h^2 - y^2} - E \right) \mathbf{i}_y$ .

2. (a)  $G = \frac{\sigma_0 a^2 \pi}{d \left(1 + \frac{2}{\pi}\right)}$ . (б)  $\rho = \frac{\varepsilon U \pi}{d^2 \left(1 + \frac{2}{\pi}\right)} \cos\left(\frac{\pi z}{d}\right)$ ,  $\rho_{s1}(z=0) = -\rho_{s2}(z=d) = \frac{\varepsilon U}{d \left(1 + \frac{2}{\pi}\right)}$ . (в)  $\mathbf{H} = \frac{\sigma_0 U r}{2d \left(1 + \frac{2}{\pi}\right)}$ .

- РЕЗУЛТАТИ КОЛОКВИЈУМА ЋЕ БИТИ ОБЈАВЉЕНИ ДО 17. ЈАНУАРА У 10:30 ЧАСОВА.
- УВИД У ЗАДАТКЕ (У СОБИ 63) ЈЕ 17. ЈАНУАРА ОД 10:30 ДО 11:00 ЧАСОВА.

Са предмета Електромагнетика