КОЛОКВИЈУМ ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОГ)

9. јануар 2020.

Напомене. Колоквијум траје 150 минута и ради се самостално. Није дозвољено напуштање сале 90 минута од почетка колоквијума. Писати искључиво хемијском оловком. Дозвољена је употреба непрограмабилних калкулатора. Дозвољена је употреба само овог папира и вежбанке, који се морају предати. Питања радити искључиво на овоме папиру, а задатке искључиво у вежбанци. Коначне одговоре на питања и тражена извођења уписати у одговарајуће кућице, уцртати у дијаграме или заокружити понуђене одговоре. Одговори без извођења се неће признати. Свако питање носи по 5 поена, а задатак по 20 поена.

Попунити податке о кандидату у следећој таблици. Исте податке написати и на омоту вежбанке.

ПОДАЦИ О КАНДИДАТУ		Укупно поена
Индекс година/број	Презиме и име	
/		

ПИТАЊА				ЗАДАЦИ	
1	2	3	4	1	2

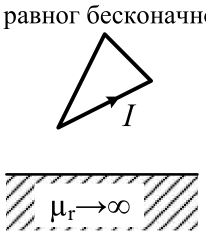
ПИТАЊА

1. (а) Написати изразе за градијент и дивергенцију у Декартовом координатном систему. (б) Позната је функција расподеле електростатичког потенцијала у Декартовом координатном систему $V(x, y) = V_1 \sin(\pi x / a) + V_2 \cos(\pi y / b) + V_3$, где су a, b, V_1, V_2 и V_3 познате позитивне константе. Средина је вакуум. Одредити функцију расподеле запреминског наелектрисања које ствара овакву расподелу потенцијала.

(а)	(б)

2. Полазећи од основних једначина које описују стационарно струјно поље, извести везу између капацитивности и проводности кондензатора са несавршеним хомогеним диелектриком пермитивности ε и специфичне проводности σ.

3. На примеру троугаоне жичане контуре, у којој постоји стационарна струја јачине I и која се налази у вакууму изнад равног бесконачно великог феромагнетика, илустровати теорему ликова за стационарно магнетско поље.

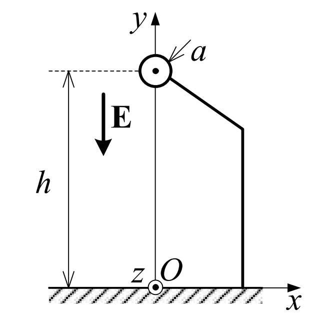


4. Написати (а) потпун систем диференцијалних једначина за квазистационарно електромагнетско поље у линеарној средини пермитивности ε, пермеабилности μ и специфичне проводности σ и (б) везу између вектора магнетске индукције и магнетског вектор-потенцијала. (в) На основу израза добијених под (а) и (б), извести диференцијалну једначину коју задовољава магнетски вектор-потенцијал, ако је у свакој тачки простора познат вектор густине квазистационарне струје $\mathbf{J}$.

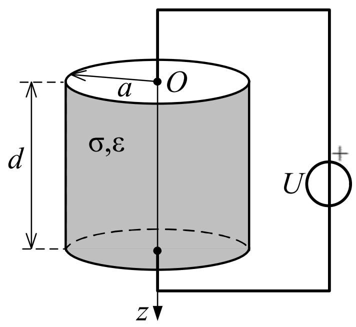
(а)	(б)	(в)

ЗАДАЦИ

1. Веома дугачак цилиндрични проводник, полупречника попречног пресека a, постављен је у вакууму, на висини h $(h >> a)$ изнад бесконачне проводне равни. Проводник је танком жицом спојен са проводном равни и налази се у хомогеном електричном пољу облака, јачине E. Вектор електричног поља облака нормалан је на проводну раван и усмерен ка њој. Одредити (а) подужно наелектрисање проводника, (б) израз за потенцијал у произвољној тачки простора и (в) израз за резултантни вектор јачине електричног поља на y -оси испод проводника $(0 < y < h - a)$.



2. Плочасти кондензатор веома танких кружних електрода полупречника a, испуњен је нехомогеним, несавршеним диелектриком дебљине d, пермитивности ε и специфичне проводности $\sigma(z) = \sigma_0 / (1 + \sin(\pi z / d))$, где су ε и σ_0 константе и $0 \le z \le d$. Кондензатор је прикључен на идеалан генератор временски константног напона U. Занемарујући ивичне ефекте, одредити (а) проводност кондензатора, (б) расподелу слободног наелектрисања кондензатора и (в) вектор јачине магнетског поља у диелектрику, сматрајући да постоји само циркуларна компонента тог вектора, која зависи само од радијалног растојања од z -осе.



Напомена

У цилиндричном коориднантом систему је

$$\operatorname{div} \mathbf{A} = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(rA_r\right) + \frac{1}{r}\frac{\partial A_\phi}{\partial \phi} + \frac{\partial A_z}{\partial z}$$

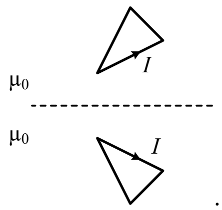
ОДГОВОРИ НА ПИТАЊА И РЕШЕЊА ЗАДАТАКА СА КОЛОКВИЈУМА ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОГ), ОДРЖАНОГ 9. ЈАНУАРА 2020. ГОДИНЕ

ПИТАЊА

1. (а) $\operatorname{grad} f = \frac{\partial}{\partial x}\mathbf{i}_x + \frac{\partial}{\partial y}\mathbf{i}_y + \frac{\partial}{\partial z}\mathbf{i}_z$, $\operatorname{div}\mathbf{F} = \frac{\partial}{\partial x}F_x + \frac{\partial}{\partial y}F_y + \frac{\partial}{\partial z}F_z$. (б) $\rho(x,y) = \frac{\varepsilon_0 V_1 \pi^2}{a^2}\sin\left(\frac{\pi x}{a}\right) + \frac{\varepsilon_0 V_2 \pi^2}{b^2}\cos\left(\frac{\pi y}{b}\right)$.

2. $G = \frac{\sigma}{\varepsilon}C$.

3.



.

4. (а) $\operatorname{rot}\mathbf{E} = -\mu\frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t}$, $\operatorname{rot}\mathbf{H} = \mathbf{J} = \sigma\mathbf{E}$, $\operatorname{div}\mathbf{E} = \frac{\rho}{\varepsilon}$, $\operatorname{div}\mathbf{H} = 0$. (б) $\mathbf{B} = \operatorname{rot}\mathbf{A}$. (в) $\Delta\mathbf{A} = -\mu\mathbf{J}$.

ЗАДАЦИ

1. (а) $Q' = -\frac{2\pi\varepsilon_0 E h}{\ln\left(\frac{2h}{a}\right)}$. (б) $V(x,y,z) = -\frac{Eh}{\ln\left(\frac{2h}{a}\right)}\ln\left(\frac{\sqrt{x^2+(h+y)^2}}{\sqrt{x^2+(h-y)^2}}\right) + Ey$. (в) $\mathbf{E}(0,y,0) = E_y\,\mathbf{i}_y = \left(\frac{2E}{\ln\left(\frac{2h}{a}\right)}\frac{h^2}{h^2-y^2} - E\right)\mathbf{i}_y$.

2. (а) $G = \frac{\sigma_0 a^2 \pi}{d\left(1+\frac{2}{\pi}\right)}$. (б) $\rho = \frac{\varepsilon U \pi}{d^2\left(1+\frac{2}{\pi}\right)}\cos\left(\frac{\pi z}{d}\right)$, $\rho_{s1}(z=0) = -\rho_{s2}(z=d) = \frac{\varepsilon U}{d\left(1+\frac{2}{\pi}\right)}$. (в) $\mathbf{H} = \frac{\sigma_0 U r}{2d\left(1+\frac{2}{\pi}\right)}$.

- РЕЗУЛТАТИ КОЛОКВИЈУМА ЋЕ БИТИ ОБЈАВЉЕНИ ДО 17. ЈАНУАРА У 10:30 ЧАСОВА.
- УВИД У ЗАДАТКЕ (У СОБИ 63) ЈЕ 17. ЈАНУАРА ОД 10:30 ДО 11:00 ЧАСОВА.

Са предмета Електромагнетика