

# ИСПИТ ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОТ)

7. јун 2021.

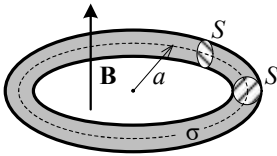
**Напомене.** Испит траје 180 минута и ради се самостално. Није дозвољено напуштање сале 60 минута од почетка испита. Писати искључиво хемијском оловком. Дозвољена је употреба непрограмабилних калкулатора. Дозвољена је употреба само овога папира и једне вежбанке, који се морају предати. Питања радити искључиво на овоме папиру, а задатке искључиво у вежбанци. Коначне одговоре на питања и тражена извођења уписати у одговарајуће кућице, учртати у дијаграме или заокружити понуђене одговоре. Одговори без извођења се неће признати. Свако питање носи по 5 поена, а задатак по 20 поена.

**Попунити податке о кандидату у следећој табели. Исте податке написати и на омоту вежбанке.**

ПОДАЦИ О КАНДИДАТУ (попуњава кандидат)							КОЛОКВИЈУМ				
Индекс година/број		Презиме и име									
/							ИСПИТ				
ПИТАЊА					ЗАДАЦИ						
1.	2.	3.	4.	5.	6.	Укупно	1.	2.	Укупно	УКУПНО ПОЕНА	ОЦЕНА

## ПИТАЊА

1. Танак проводни завојак, специфичне проводности  $\sigma$ , полупречника  $a$  и површине попречног пресека  $S$  ( $S \ll a^2$ ), налази се у вакууму у хомогеном споропроменљивом магнетском пољу, вектора индукције  $\mathbf{B} = B_m \sin \omega t$ , где су  $B_m$  и  $\omega$  познате константе. Одредити средњу снагу Цулових губитака у завојку.



2. Написати граничне услове за векторе  $\mathbf{E}$ ,  $\mathbf{D}$ ,  $\mathbf{H}$  и  $\mathbf{J}$ , који важе на развојној површи две средине у споропроменљивом електромагнетском пољу. Нацртати одговарајућу слику.

3. (а) Написати потпун систем Максвелових једначина у временском домену, које описују брзопроменљиво електромагнетско поље у линеарној хомогеној средини, пермитивности  $\epsilon$  и пермеабилности  $\mu$ , и у којој су познати извори поља, струје густине  $\mathbf{J}$  и наелектрисања густине  $\rho$ . (б) Полазећи од једначина под (а) и Лоренцовог услова у вакууму, извести диференцијалну једначину коју задовољава магнетски вектор-потенцијал. (в) Написати решење те диференцијалне једначине.

(а)	(б)	(в)
-----	-----	-----

4. Раван униформан линијски поларизован TEM талас, учестаности  $f$ , простире се кроз вакуум у правцу  $y$ -осе Декартовог координатног система. У тренутку  $t = 0$ , вектор јачине електричног поља таласа у координатном почетку има правац и смер  $z$ -осе. Ефективна вредност електричног поља је  $E$ . Написати изразе за комплексни вектор јачине (а) електричног и (б) магнетског поља.

(а)	(б)
-----	-----

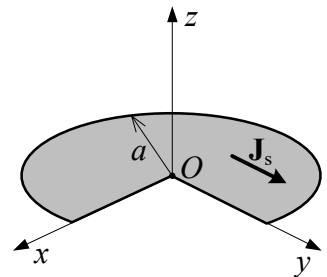
5. За простопериодичан вектор јачине електричног поља, чији је комплексни представник дат  $\underline{E} = (1 - j3)\mathbf{i}_x + (3 + j)\mathbf{i}_y$ , израчунати (а) минимални интензитет и (б) максимални интензитет. (в) Како је поларизован овај вектор? Одговор образложити.

(а)	(б)	(в)
-----	-----	-----

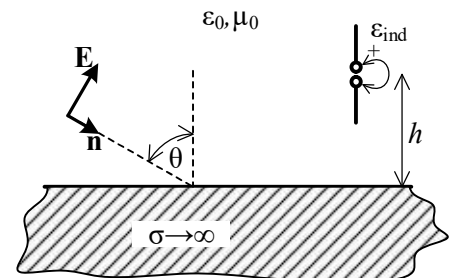
6. Извести израз за отпорност зрачења произвољне антене у вакууму, чија карактеристична функција зрачења је  $F(\theta, \phi)$ .

### ЗАДАЦИ

1. У вакууму постоји брзопроменљива простопериодична струја само по површи исечка диска полупречника  $a$ , као на слици. Вектор густине површинских струја дат је изразом  $\mathbf{J}_s(r, \phi) = \sqrt{2}J_{s0} \cos \omega t \mathbf{i}_y$ , где је  $J_{s0}$  константа. Одредити (а) расподелу слободног наелектрисања исечка диска и (б) вектор јачине индукованог електричног поља на  $z$ -оси.



2. Вертикални полуталасни дипол налази се у вакууму на висини  $h = 0,5$  m изнад савршено проводне равни, као на слици. Под углом  $\theta = \pi/3$  у односу на нормалу, наилази раван униформан паралелно поларизован TEM талас, учестаности  $f = 150$  MHz и ефективне вредности вектора јачине електричног поља  $E = 4$  mV/m. Одредити, у комплексном домену, изразе за емс која се индукује у диполу услед (а) директног и (б) рефлектованог таласа. (в) Израчунати ефективну вредност укупне емс индуковане у диполу.



**ОДГОВОРИ НА ПИТАЊА И РЕШЕЊА ЗАДАТАКА СА  
ИСПИТА ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОТ)  
ОДРЖАНОГ 7. ЈУНА 2021. ГОДИНЕ**

**ПИТАЊА**

1.  $P_J = \frac{\sigma(\omega B_m)^2 a^3 \pi S}{4}$ .

2.  $\mathbf{n} \times (\mathbf{E}_1 - \mathbf{E}_2) = 0$ ,  $\mathbf{n} \cdot (\mathbf{D}_1 - \mathbf{D}_2) = \rho_s$ ,  $\mathbf{n} \times (\mathbf{H}_1 - \mathbf{H}_2) = \mathbf{J}_s$  и  $\mathbf{n} \cdot (\mathbf{J}_1 - \mathbf{J}_2) = 0$ .

3. (а)  $\text{rot } \mathbf{E} = -\mu \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t}$ ,  $\text{rot } \mathbf{H} = \varepsilon \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \mathbf{J}$ ,  $\text{div } \mathbf{E} = \frac{\rho}{\varepsilon}$ ,  $\text{div } \mathbf{H} = 0$ . (б)  $\Delta \mathbf{A} - \mu \varepsilon \frac{\partial^2 \mathbf{A}}{\partial t^2} = -\mu \mathbf{J}$ .

(в)  $\mathbf{A}(\mathbf{r}, t) = \frac{\mu}{4\pi} \int_v \frac{\mathbf{J}(\mathbf{r}', t - |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|/c)}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} dv$ , где је  $c = 1/\sqrt{\varepsilon\mu}$ .

4. (а)  $\underline{\mathbf{E}} = E e^{-j\beta y} \mathbf{i}_z$ . (б)  $\underline{\mathbf{H}} = \frac{E}{Z_0} e^{-j\beta y} \mathbf{i}_x$ .

5. (а)  $E_{\min} = 2\sqrt{5} \text{ V/m}$ . (б)  $E_{\max} = 2\sqrt{5} \text{ V/m}$ . (в) Вектор је кружно поларизован

6.  $R_{zr} = \frac{Z_0}{4\pi^2} \iint_{\Omega} F^2(\theta, \phi) \sin \theta d\theta d\phi$ .

**ЗАДАЦИ**

1. (а)  $\rho_s = 0$ ,  $\underline{Q}_1' = \frac{J_{s0} \sin \phi}{j\omega}$  на лучном ободу,  $\underline{Q}_2' = \frac{J_{s0}}{j\omega}$  на равној ивици  $\phi = 0$ ,  $\underline{Q}_3' = 0$  на равној ивици  $\phi = \pi/2$ .

(б)  $\underline{\mathbf{E}}_{\text{ind}} = \frac{3\omega\mu_0}{8\beta} J_{s0} \left( e^{-j\beta\sqrt{z^2+a^2}} - e^{-j\beta|z|} \right) \mathbf{i}_y$ .

2. (а)  $\underline{\varepsilon}_{\text{inc}} = \frac{\lambda}{\pi} E \cdot F(\theta)$ . (б)  $\underline{\varepsilon}_{\text{ref}} = \frac{\lambda}{\pi} E e^{-j2\beta h \cos \theta} \cdot F(\theta)$ . (в)  $\varepsilon = \frac{\lambda}{\pi} 2E \cos(\beta h \cos \theta) \cdot F(\theta) \approx 3,6 \text{ mV}$

- РЕЗУЛТАТИ ИСПИТА ЋЕ БИТИ ОБЈАВЉЕНИ ДО 14. ЈУНА У 11:00 ЧАСОВА.
- УВИД У ЗАДАТКЕ (У СОБИ 63) ЈЕ 14. ЈУНА ОД 11:00 ДО 11:30 ЧАСОВА.

Са предмета Електромагнетика