

ИСПИТ ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОГ)

27. септембар 2021.

Напомене. Испит траје 180 минута и ради се самостално. Није дозвољено напуштање сале 60 минута од почетка испита. Писати искључиво хемијском оловком. Дозвољена је употреба непрограмабилних калкулатора. Дозвољена је употреба само овога папира и једне вежбанке, који се морају предати. Питања радити искључиво на овоме папиру, а задатке искључиво у вежбанци. Коначне одговоре на питања и тражена извођења уписати у одговарајуће кућице, уцртати у дијаграме или заокружити понуђене одговоре. Одговори без извођења се неће признати. Свако питање носи по 5 поена, а задатак по 20 поена.

Попунити податке о кандидату у следећој табели. Исте податке написати и на омоту вежбанке.

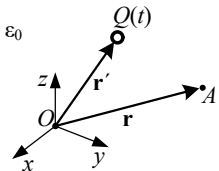
ПОДАЦИ О КАНДИДАТУ (попуњава кандидат)							КОЛОКВИЈУМ				
Индекс година/број		Презиме и име									
/							ИСПИТ				
ПИТАЊА						ЗАДАЦИ					
1.	2.	3.	4.	5.	6.	Укупно	1.	2.	Укупно	УКУПНО ПОЕНА	ОЦЕНА

ПИТАЊА

1. (а) Написати изразе за дивергенцију и ротор магнетског вектор-потенцијала у споропроменљивом електромагнетском пољу у хомогеној и линеарној средини. (б) На основу једначина под (а) извести диференцијалну једначину коју задовољава магнетски вектор-потенцијал, ако је у свакој тачки средине познат вектор густине струје.

(а)	(б)
-----	-----

2. У вакууму, у тачки одређеној вектором положаја \mathbf{r}' , налази се извор брзо променљивог поља у виду тачкастог наелектрисања $Q(t)$. Одредити електрични скалар-потенцијал у тачки A , одређеној вектором положаја \mathbf{r} .



3. Написати потпун систем диференцијалних једначина и једначину континуитета за брзопроменљиво електромагнетско поље, ако је у свакој тачки домена познат вектор јачине побудног поља \mathbf{E}_i .

4. Написати исказ Поинтингове теореме у временском домену и објаснити значење свих чланова

5. Комплексни представник простопериодичног вектора јачине магнетског поља дат је изразом $\underline{\mathbf{H}} = (-\mathbf{i}_x - \mathbf{i}_y + (1 + j\sqrt{3})\mathbf{i}_z)A/m$. Израчунати (а) минималну и (б) максималну тренутну вредност интензитета овог вектора. (в) Како је поларизован овај вектор? Одговор образложити.

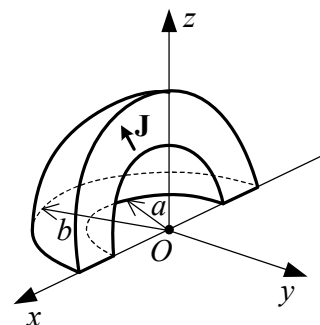
(а)	(б)	(в)
-----	-----	-----

6. (а) Написати основне особине равних униформних TEM таласа у вакууму. (б) Одредити површинску густину снаге TEM таласа у вакууму, ако ефективна вредност електричног поља износи E .

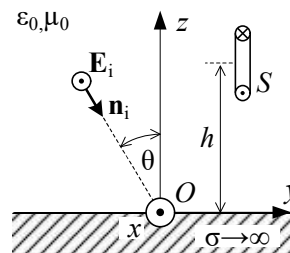
(а)	(б)
-----	-----

ЗАДАЦИ

1. У вакууму постоји простопериодична струја, високе кружне учестаности ω , само по запремини дела сферне љуске полупречника a и b , као на слици. Вектор густине струје дат је изразом у сферном координатном систему $\mathbf{J}(r, \theta, \phi) = \sqrt{2}J_0 \cos(\omega t + \beta r)\mathbf{i}_r$, где је J_0 константа, $a \leq r \leq b$, $0 \leq \theta \leq \pi/2$, $\pi \leq \phi \leq 2\pi$ и $\beta = \omega\sqrt{\epsilon_0\mu_0}$. Одредити у комплексном облику (а) расподелу наелектрисања љуске и (б) вектор јачине индукваног електричног поља у тачки O .



2. Раван, униформан, простопериодичан, нормално поларизован TEM талас, учестаности f и ефективне вредности електричног поља E , наилази из вакуума на савршено проводну равну под углом θ у односу на нормалу. Одредити изразе за (а) комплексне векторе резултантног електричног и магнетског поља изнад равни ($z > 0$), (б) расподелу индукваних струја и наелектрисања на равни ($z = 0$) и (в) висину h изнад равни на коју треба поставити електрички малу, равну, вертикалну контуру, површине S , паралелну xOz -равни, тако да ефективна вредност емс индукване у њој буде максимална. (г) Ако је $E = 3 \text{ V/m}$, $f = 2,4 \text{ GHz}$, $\theta = 30^\circ$ и $S = 2 \text{ cm}^2$, израчунати ту максималну ефективну вредност емс.



Напомена:

У сферном координатном систему је $\text{div } \mathbf{A} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 A_r) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (A_\theta \sin \theta) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial A_\phi}{\partial \phi}$.

**ОДГОВОРИ НА ПИТАЊА И РЕШЕЊА ЗАДАТАКА СА
ИСПИТА ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОГ),
ОДРЖАНОГ 27. СЕПТЕМБРА 2021. ГОДИНЕ**

ПИТАЊА

1. (a) $\text{div } \mathbf{A} = 0$, $\text{rot } \mathbf{A} = \mathbf{B}$. (б) $\Delta \mathbf{A} = -\mu_0 \mathbf{J}$.

2.
$$V(\mathbf{r}, t) = \frac{Q(t - |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|/c)}{4\pi\epsilon_0 |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|}$$

3. $\text{rot } \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$, $\text{rot } \mathbf{H} = \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} + \mathbf{J}$, $\text{div } \mathbf{D} = \rho$, $\text{div } \mathbf{B} = 0$, $\text{div } \mathbf{J} = -\frac{\partial \rho}{\partial t}$, $\mathbf{D} = \epsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P}$, $\mathbf{H} = \frac{\mathbf{B}}{\mu_0} - \mathbf{M}$, $\mathbf{P} = \mathbf{P}(\mathbf{E})$, $\mathbf{M} = \mathbf{M}(\mathbf{B})$,
 $\mathbf{J} = \mathbf{J}(\mathbf{E} + \mathbf{E}_i)$.

4.
$$-\int_V \underbrace{\mathbf{J}_i \cdot \mathbf{E}}_{\text{Снага генератора}} dv = \int_V \underbrace{\mathbf{J} \cdot \mathbf{E}}_{\text{Снага Цулових губитака}} dv + \int_V \underbrace{\left(\frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \cdot \mathbf{E} + \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \cdot \mathbf{H} \right)}_{\text{Стварање и одржавање ЕМ поља}} dv + \oint_S \underbrace{(\mathbf{E} \times \mathbf{H}) \cdot d\mathbf{S}}_{\text{Размена електромагнетске енергије кроз } S}$$

5. (a) $H_{\min} = \sqrt{6 - 2\sqrt{3}} \text{ A/m} \approx 1,59 \text{ A/m}$. (б) $H_{\max} = \sqrt{6 + 2\sqrt{3}} \text{ A/m} \approx 3,08 \text{ A/m}$. (в) Вектор је поларизован елиптички.

6. (a)

1. Вектори \mathbf{E} и \mathbf{H} су међусобно управни и управни на правац простирања. Смер је одређен смером Поинтинговог вектора $\mathcal{P} = \mathbf{E} \times \mathbf{H}$.

2. Вектори јачине електричног и магнетског поља у су константни у трансверзалним равнима.

3. Однос тренутних интензитета \mathbf{E} и \mathbf{H} у произвољној тачки диелектрика вода је једнак импеданси средине

$$E/H = Z = \sqrt{\mu_0 / \epsilon_0}.$$

4. Брзина простирања таласа износи $c = 1/\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}$.

(б) $|\mathcal{P}| = E^2 / Z_0$.

ЗАДАЦИ

1. (a) $\underline{\rho} = -\frac{J_0 e^{j\beta r}}{j\omega r} (2 + j\beta r)$, $\underline{\rho}_{sa} = -\frac{J_0 e^{j\beta a}}{j\omega}$, $\underline{\rho}_{sb} = \frac{J_0 e^{j\beta b}}{j\omega}$, на равним површима је $\underline{\rho}_s = 0$.

(б) $\underline{\mathbf{E}}_{\text{ind}} = -j\omega \frac{\mu_0 J_0}{16} (b^2 - a^2) (-\mathbf{i}_y + \mathbf{i}_z)$.

2. (a) $\underline{\mathbf{E}}_{\text{rez}} = j2E \sin(\beta z \cos \theta) e^{-j\beta y \sin \theta} \mathbf{i}_x$, $\underline{\mathbf{H}}_{\text{rez}} = -\frac{2E}{Z_0} e^{-j\beta y \sin \theta} (\cos \theta \cos(\beta z \cos \theta) \mathbf{i}_y + j \sin \theta \sin(\beta z \cos \theta) \mathbf{i}_z)$, где је $\beta = \omega \sqrt{\epsilon_0 \mu_0}$ и

$Z_0 = \sqrt{\mu_0 / \epsilon_0}$. (б) $\underline{\mathbf{J}}_s = \frac{2E}{Z_0} \cos \theta e^{-j\beta y \sin \theta} \mathbf{i}_x$, $\underline{\rho}_s = 0$. (в) $h_n = n \frac{\lambda}{2 \cos \theta}$, $n = 1, 2, 3, \dots$ (г) $(\epsilon_{\text{ind}})_{\max} = 2\omega \mu_0 S \frac{E}{Z_0} \cos \theta \approx 52,2 \text{ mV}$.

- РЕЗУЛТАТИ ИСПИТА ЋЕ БИТИ ОБЈАВЉЕНИ ДО 1. ОКТОБРА У 11:00 ЧАСОВА.
- УВИД У ЗАДАТКЕ (У СОБИ 63) ЈЕ 1. ОКТОБРА ОД 11:00 ДО 11:30 ЧАСОВА.

Са предмета Електромагнетика