

# ИСПИТ ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОГ)

7. фебруар 2022.

**Напомене.** Испит траје 180 минута и ради се самостално. Није дозвољено напуштање сале 60 минута од почетка испита. Писати искључиво хемијском оловком. Дозвољена је употреба непрограмабилних калкулатора. Дозвољена је употреба само овога папира и једне вежбанке, који се морају предати. Питања радити искључиво на овоме папиру, а задатке искључиво у вежбанци. Коначне одговоре на питања и тражена извођења уписати у одговарајуће кућице, уцртати у дијаграме или заокружити понуђене одговоре. Одговори без извођења се неће признати. Свако питање носи по 5 поена, а задатак по 20 поена.

**Попунити податке о кандидату у следећој табели. Исте податке написати и на омоту вежбанке.**

ПОДАЦИ О КАНДИДАТУ (попуњава кандидат)							КОЛОКВИЈУМ				
Индекс година/број		Презиме и име									
/							ИСПИТ				
ПИТАЊА						ЗАДАЦИ					
1.	2.	3.	4.	5.	6.	Укупно	1.	2.	Укупно	УКУПНО ПОЕНА	ОЦЕНА

## ПИТАЊА

**1.** (а) Написати потпуни систем диференцијалних једначина за споропроменљиво електромагнетско поље у хомогеној линеарној и изотропној средини. (б) Написати изразе за дивергенцију и ротор магнетског вектор-потенцијала у споропроменљивом електромагнетском пољу. (в) Извести диференцијалну једначину коју задовољава магнетски вектор-потенцијал.

(а)	(б)	(в)
-----	-----	-----

**2.** Одредити снагу Цулових губитака у узорку биолошког ткива у облику правог цилиндра, полупречника  $a = 3,2 \text{ cm}$ , висине  $h = 1 \text{ cm}$ , специфичне проводности  $\sigma = 0,24 \text{ S/m}$  и пермеабилности  $\mu_0$ , који се налази у хомогеном споропроменљивом простопериодичном магнетском пољу учестаности  $f = 64 \text{ MHz}$  и ефективне вредности магнетске индукције  $B = 5 \mu\text{T}$ . Вектор поља паралелан је оси цилиндра. Занемарити утицај магнетског поља услед струја индукованих у ткиву.

--

**3.** (а) Написати интегралне изразе, у комплексном облику, за електрични скалар-потенцијал и магнетски вектор-потенцијал запреминских брзопроменљивих струја, комплексног вектора густине  $\mathbf{J}$  и кружне учестаности  $\omega$ . (б) Полазећи од израза под (а) и везе вектора јачине електричног поља и потенцијала, извести израз за одговарајући комплексни вектор јачине електричног поља. Средина је вакуум.

(а)	(б)
-----	-----

**4.** Полазећи од најопштијег облика исказа Поинтингове теореме у временском домену, извести исказ теореме за случај домена потпуно обухваћеног савршеним проводником, у коме постоје временски константни извори електромагнетског поља. Образложити одговор.

--

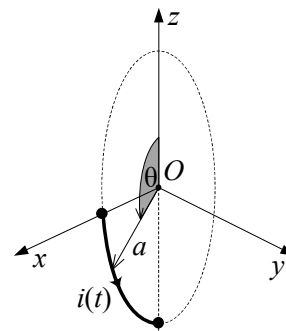
5. (а) Одредити тренутну вредност интензитета вектора датог комплексним изразом  $\underline{\mathbf{F}} = \sqrt{2} \mathbf{i}_y - j3\sqrt{2} \mathbf{i}_z$ . (б) Скицирати, у функцији времена, криву, коју у простору описује врх вектора  $\mathbf{F}$ , као и њен смер.

(а)	(б)
-----	-----

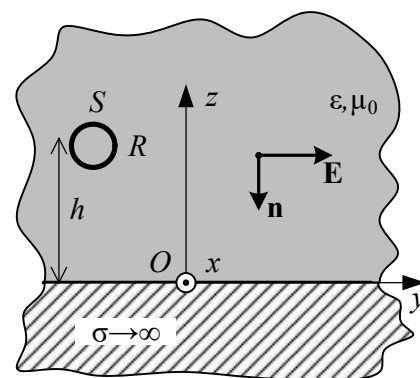
6. Дат је израз комплексног вектора јачине електричног поља равнoг, униформног, линеарно поларизованог ТЕМ таласа, кружне учестаности  $\omega$ ,  $\underline{\mathbf{E}} = E e^{-j\beta(x-2y)/\sqrt{3}} \mathbf{i}_z$ , где је  $\beta = \omega\sqrt{\epsilon_0\mu_0}$  фазни коефицијент. Средина је вакуум. Одредити израз за комплексни вектор јачине магнетског поља овог таласа  $\underline{\mathbf{H}}$ .

### ЗАДАЦИ

1. У вакууму, дуж контуре у облику кружног лука полупречника  $a$ , који се налази у  $xOz$ -равни и заклапа угао  $\pi/2$ , постоји брзопроменљива простиопериодична струја, дата изразом  $i(t) = \sqrt{2}I_0 \cos\theta \cos\omega t$ , где је  $I_0$  константа,  $\omega$  кружна учестаност, а  $\theta$  је угаона координата која се рачуна од  $z$ -осе, као на слици. Одредити у комплексном облику (а) расподелу наелектрисања на контури, (б) електрични скалар-потенцијал на  $y$ -оси и (в) магнетски вектор-потенцијал на  $y$ -оси.



2. Раван униформан линијски поларизован ТЕМ талас, ефективне вредности јачине електричног поља  $E$  и учестаности  $f$ , наилази из диелектрика, пермитивности  $\epsilon$ , нормално на савршено проводну раван, као на слици. За координатни систем са слике одредити у комплексном облику (а) векторе јачине електричног и магнетског поља у диелектрику и (б) расподелу индукованих наелектрисања и струја на раздвојној површи. (в) Ако је  $E = 12 \text{ mV/m}$ ,  $f = 6 \text{ GHz}$  и  $\epsilon = 4\epsilon_0$ , израчунати снагу Цулових губитака у електрички малој контури, отпорности  $R = 8 \Omega$  и површине  $S = 0,2 \text{ cm}^2$ , која лежи у  $yOz$ -равни на висини  $h = 7,5 \text{ cm}$ .



**ОДГОВОРИ НА ПИТАЊА И РЕШЕЊА ЗАДАТАКА СА  
ИСПИТА ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОГ),  
ОДРЖАНОГ 7. ФЕБРУАРА 2022. ГОДИНЕ**

**ПИТАЊА**

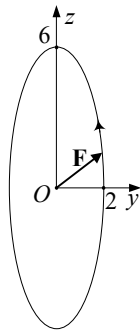
1. (a)  $\text{rot } \mathbf{E} = -\mu \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t}$ ,  $\text{rot } \mathbf{H} = \sigma \mathbf{E}$ ,  $\text{div } \mathbf{E} = \frac{\rho}{\epsilon}$ ,  $\text{div } \mathbf{H} = 0$ . (б)  $\text{div } \mathbf{A} = 0$ ,  $\text{rot } \mathbf{A} = \mathbf{B}$ . (в)  $\Delta \mathbf{A} = -\mu \mathbf{J}$ .

2.  $P_J = \frac{4\pi^3 f^2 B^2 a^4 \sigma h}{8} \approx 4 \text{ mW}$ .

3. (a)  $\underline{V} = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0 j\omega} \int \frac{\text{div } \mathbf{J} e^{-j\beta R}}{R} dv$ ,  $\underline{\mathbf{A}} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{\mathbf{J} e^{-j\beta R}}{R} dv$ . (б)  $\underline{\mathbf{E}} = -j\omega \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{\mathbf{J} e^{-j\beta R}}{R} dv - \frac{1}{4\pi\epsilon_0 j\omega} \int \frac{\text{div } \mathbf{J} (1 + j\beta R) e^{-j\beta R}}{R^2} dv$ .

4.  $p_{\text{gen}} = p_J$ . Енергија извора поља претвара се у топлоту (Џулове губитке) у домену.

5. (a)  $F(t) = \sqrt{4 + 32(\sin \omega t)^2}$ . (б)



6.  $\underline{\mathbf{H}} = E \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} e^{-j\beta(x-2y)/\sqrt{5}} \frac{-2\mathbf{i}_x - \mathbf{i}_y}{\sqrt{5}}$ . Усвојено је да је почетна фаза вектора  $\underline{\mathbf{E}}_0$  једнака нули.

**ЗАДАЦИ**

1. (a)  $\underline{Q}_1(\theta = \pi/2) = 0$ ,  $\underline{Q}_2(\theta = \pi) = -\frac{I_0}{j\omega}$ ,  $\underline{Q}' = \frac{I_0}{j\omega a} \sin \theta$ . (б)  $\underline{V} = 0$ . (в)  $\underline{\mathbf{A}} = \frac{\mu_0 I_0 a}{16\pi \sqrt{y^2 + a^2}} e^{-j\beta \sqrt{y^2 + a^2}} (\pi \mathbf{i}_x + 2\mathbf{i}_z)$ .

2. (a)  $\underline{\mathbf{E}}_{\text{rez}} = j2E \sin(\beta z) \mathbf{i}_y$ ,  $\underline{\mathbf{H}}_{\text{rez}} = 2 \frac{E}{Z} \cos(\beta z) \mathbf{i}_x$ , где је  $Z = \sqrt{\mu_0 / \epsilon}$  и  $\beta = \omega \sqrt{\epsilon \mu_0}$ . (б)  $\underline{\rho}_s = 0$ ,  $\underline{\mathbf{J}}_s = 2 \frac{E}{Z} \mathbf{i}_y$ .

(в)  $P_J = \frac{1}{R} (\omega \mu_0 S \cdot H_{\text{rez}}(z=h))^2 \approx 1,82 \text{ nW}$ .

- РЕЗУЛТАТИ ИСПИТА ЋЕ БИТИ ОБЈАВЉЕНИ ДО 13. ФЕБРУАРА У 11:00 ЧАСОВА.
- УВИД У ЗАДАТКЕ (У СОБИ 63) ЈЕ 13. ФЕБРУАРА ОД 11:00 ДО 11:30 ЧАСОВА.

Са предмета Електромагнетика