

# ИСПИТ ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОТ)

7. фебруар 2022.

**Напомене.** Испит траје 180 минута и ради се самостално. Није дозвољено напуштање сале 60 минута од почетка испита. Писати искључиво хемијском оловком. Дозвољена је употреба непрограмабилних калкулатора. Дозвољена је употреба само овога папира и једне вежбанке, који се морају предати. Питања радити искључиво на овоме папиру, а задатке искључиво у вежбанци. Коначне одговоре на питања и тражена извођења уписати у одговарајуће кућице, учртати у дијаграме или заокружити понуђене одговоре. Одговори без извођења се неће признати. Свако питање носи по 5 поена, а задатак по 20 поена.

**Попунити податке о кандидату у следећој табели. Исте податке написати и на омоту вежбанке.**

ПОДАЦИ О КАНДИДАТУ (попуњава кандидат)							КОЛОКВИЈУМ				
Индекс година/број		Презиме и име									
/							ИСПИТ				
ПИТАЊА					ЗАДАЦИ						
1.	2.	3.	4.	5.	6.	Укупно	1.	2.	Укупно	УКУПНО ПОЕНА	ОЦЕНА

## ПИТАЊА

**1.** (а) Написати потпуни систем диференцијалних једначина за споропроменљиво електромагнетско поље у хомогеној линеарној и изотропној средини. (б) Написати изразе за дивергенцију и ротор магнетског вектор-потенцијала у споропроменљивом електромагнетском пољу. (в) Извести диференцијалну једначину коју задовољава магнетски вектор-потенцијал.

(а)	(б)	(в)
-----	-----	-----

**2.** Одредити снагу Цулових губитака у узорку биолошког ткива у облику правог цилиндра, полупречника  $a = 3,2 \text{ cm}$ , висине  $h = 1 \text{ cm}$ , специфичне проводности  $\sigma = 0,24 \text{ S/m}$  и пермеабилности  $\mu_0$ , који се налази у хомогеном споропроменљивом простопериодичном магнетском пољу учестаности  $f = 64 \text{ MHz}$  и ефективне вредности магнетске индукције  $B = 5 \mu\text{T}$ . Занемарити утицај магнетског поља услед индукованих струја у ткиву.

**3.** (а) Написати интегралне изразе, у комплексном облику, за електрични скалар-потенцијал и магнетски вектор-потенцијал запреминских брзопроменљивих струја, комплексног вектора густине  $\underline{\mathbf{J}}$  и кружне учестаности  $\omega$ . (б) Полазећи од израза под (а) и везе вектора јачине електричног поља и потенцијала, извести израз за одговарајући комплексни вектор јачине електричног поља. Средина је вакуум.

(а)	(б)
-----	-----

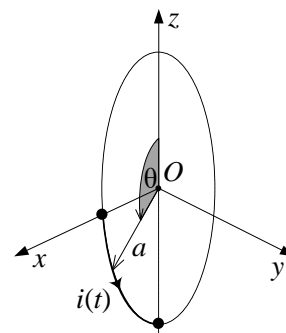
**4.** Полазећи од најопштијег облика исказа Поинтингове теореме у временском домену, извести исказ теореме за случај домена потпуно обухваћеног савршеним проводником, у коме постоје временски константни извори електромагнетског поља. Образложити одговор.

5. Дат је израз комплексног вектора јачине електричног поља равног, униформног, линеарно поларизованог ТЕМ таласа, кружне учестаности  $\omega$ ,  $\underline{\mathbf{E}} = E e^{-j\beta(x-2y)/\sqrt{5}} \mathbf{i}_z$ , где је  $\beta = \omega\sqrt{\epsilon_0\mu_0}$  коефицијент простирања. Средина је вакуум. Одредити израз за комплексни вектор јачине магнетског поља овог таласа  $\underline{\mathbf{H}}$ .

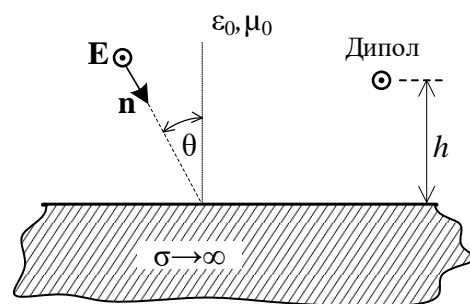
6. Антена се напаја струјом ефективне вредности  $I$  и учестаности  $f$ . Карактеристична функција зрачења антене је позната,  $\mathbf{F}(\theta, \phi)$ , где су  $\theta$  и  $\phi$  углови сферног координатног система са центром у тачки напајања антене. Одредити израз за комплексни Поинтингов вектор таласа који емитује антена, на одстојању  $r$ , у зони зрачења.

### ЗАДАЦИ

1. У вакууму, дуж контуре у облику кружног лука полупречника  $a$ , који се налази у  $xOz$ -равни и заклапа угао  $\pi/2$ , постоји брзопроменљива престопериодична струја, дата изразом  $i(t) = \sqrt{2}I_0 \cos\theta \cos\omega t$ , где је  $I_0$  константа,  $\omega$  кружна учестаност, а  $\theta$  је угаона координата која се рачуна од  $z$ -осе, као на слици. Одредити у комплексном облику (а) расподелу наелектрисања на контури, (б) електрични скалар-потенцијал на  $y$ -оси и (в) магнетски вектор-потенцијал на  $y$ -оси.



2. Хоризонтални Херцов дипол, дужине  $l$ , налази се у вакууму на висини  $h$  изнад савршено проводне равни, као на слици. Под углом  $\theta = \pi/6$  у односу на нормалу, налази раван униформан нормално поларизован ТЕМ талас, учестаности  $f$  и ефективне вредности вектора јачине електричног поља  $E$ . Одредити, у комплексном домену, изразе за емс која се индукује у диполу услед (а) директног и (б) рефлектованог таласа. (в) Израчунати снагу коју Херцов дипол предаје прилагођеном пријемнику, ако је  $l = 50\text{cm}$ ,  $h = \sqrt{3}/(18f\sqrt{\epsilon_0\mu_0})$ ,  $f = 36\text{MHz}$  и  $E = 6\text{mV/m}$ .



**ОДГОВОРИ НА ПИТАЊА И РЕШЕЊА ЗАДАТАКА СА  
ИСПИТА ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОТ),  
ОДРЖАНОГ 7. ФЕБРУАРА 2022. ГОДИНЕ**

**ПИТАЊА**

1. (a)  $\text{rot } \underline{\mathbf{E}} = -\mu \frac{\partial \underline{\mathbf{H}}}{\partial t}$ ,  $\text{rot } \underline{\mathbf{H}} = \sigma \underline{\mathbf{E}}$ ,  $\text{div } \underline{\mathbf{E}} = \frac{\rho}{\epsilon}$ ,  $\text{div } \underline{\mathbf{H}} = 0$ . (б)  $\text{div } \underline{\mathbf{A}} = 0$ ,  $\text{rot } \underline{\mathbf{A}} = \underline{\mathbf{B}}$ . (в)  $\Delta \underline{\mathbf{A}} = -\mu \underline{\mathbf{J}}$ .
2.  $P_J = \frac{\sigma \omega^2 B^2 a^4 h}{8} \approx 4 \text{mW}$ .
3. (a)  $\underline{V} = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0 j\omega} \int \frac{\text{div } \underline{\mathbf{J}} e^{-j\beta R}}{R} dv$ ,  $\underline{\mathbf{A}} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{\underline{\mathbf{J}} e^{-j\beta R}}{R} dv$ . (б)  $\underline{\mathbf{E}} = -j\omega \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{\underline{\mathbf{J}} e^{-j\beta R}}{R} dv - \frac{1}{4\pi\epsilon_0 j\omega} \int \frac{\text{div } \underline{\mathbf{J}} (1 + j\beta R) e^{-j\beta R}}{R^2} dv$ .
4.  $P_{\text{gen}} = P_J$ . Енергија извора поља претвара се у топлоту (Џулове губитке) у домену.
5.  $\underline{\mathbf{H}} = E \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} e^{-j\beta(x-2y)/\sqrt{5}} \frac{-2\mathbf{i}_x - \mathbf{i}_y}{\sqrt{5}}$ . Усвојено је да је почетна фаза вектора  $\underline{\mathbf{E}}_0$  једнака нули.
6.  $\underline{\mathcal{P}} = \frac{Z_0}{4\pi^2 r^2} I^2 F^2(\theta, \phi) \mathbf{i}_r$ , где је  $\mathbf{i}_r$  јединични вектор од центра антене ка тачки посматрања.

**ЗАДАЦИ**

1. (a)  $\underline{Q}_1(\theta = \pi/2) = 0$ ,  $\underline{Q}_2(\theta = \pi) = -\frac{I_0}{j\omega}$ ,  $\underline{Q}' = \frac{I_0}{j\omega a} \sin \theta$ . (б)  $\underline{V} = 0$ . (в)  $\underline{\mathbf{A}} = \frac{\mu_0 I_0 a}{16\pi \sqrt{y^2 + a^2}} e^{-j\beta \sqrt{y^2 + a^2}} (\pi \mathbf{i}_x + 2 \mathbf{i}_z)$ .
2. (a)  $\epsilon_{\text{inc}} = -\frac{\lambda}{2\pi} E \beta l$ . (б)  $\epsilon_{\text{ref}} = \frac{\lambda}{2\pi} E \beta l e^{-j2\beta h \cos \theta}$ . (в)  $P_p \approx 0,79 \mu\text{W}$ .

- РЕЗУЛТАТИ ИСПИТА ЋЕ БИТИ ОБЈАВЉЕНИ ДО 13. ФЕБРУАРА У 11:00 ЧАСОВА.
- УВИД У ЗАДАТКЕ (У СОБИ 63) ЈЕ 13. ФЕБРУАРА ОД 11:00 ДО 11:30 ЧАСОВА.

Са предмета Електромагнетика