

ИСПИТ ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОГ)

22. августа 2022.

Напомене. Испит траје 180 минута и ради се самостално. Није дозвољено напуштање сале 60 минута од почетка испита. Писати искључиво хемијском оловком. Дозвољена је употреба непрограмабилних калкулатора. Дозвољена је употреба само овога папира и једне вежбанке, који се морају предати. Питања радити искључиво на овоме папиру, а задатке искључиво у вежбанци. Коначне одговоре на питања и тражена извођења уписати у одговарајуће кућице, уцртати у дијаграме или заокружити понуђене одговоре. Одговори без извођења се неће признати. Свако питање носи по 5 поена, а задатак по 20 поена.

Попунити податке о кандидату у следећој табели. Исте податке написати и на омоту вежбанке.

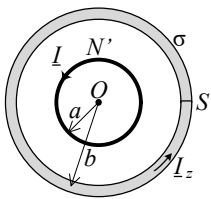
ПОДАЦИ О КАНДИДАТУ (попуњава кандидат)							КОЛОКВИЈУМ					
Индекс година/број		Презиме и име										
/							ИСПИТ					
ПИТАЊА						ЗАДАЦИ			УКУПНО ПОЕНА	ОЦЕНА		
1.	2.	3.	4.	5.	6.	Укупно	1.	2.			Укупно	

ПИТАЊА

1. По запремини хомогене проводне сфере, полупречника a и специфичне проводности σ постоји квазистационарно периодично електрично поље чији је вектор јачине $\mathbf{E}(t)$. Одредити изразе за (а) тренутну запреминску густину снаге \mathcal{P} улових губитака сфере и (б) укупну средњу снагу $\mathcal{P}_{\text{ср}}$ улових губитака сфере.

(а)	(б)
-----	-----

2. Веома дугачак соленоид, полупречника попречног пресека a и подужне густине завојака N' налази се у вакууму. У завојцима соленоида постоји споропроменљива простопериодична струја, угаоне учестаности ω и ефективне вредности I . Концентрично, око соленоида, постављена је танка хомогена жичана контура, полупречника b и специфичне проводности σ , тако да је површ контуре нормална на осу соленоида. Ако се у контури индукује струја јачине I_z , одредити у комплексном облику, израз за јачину струје којом се напаја соленоид, I . Занемарити магнетско поље које потиче од струје у контури.



--

3. (а) Написати изразе за векторе јачине електричног и магнетског поља за брзо променљиво поље у временском домену, за хомогену линеарну средину пермитивности ϵ и пермеабилности μ , ако су у свакој тачки познати електрични скалар-потенцијал V и магнетски вектор-потенцијал \mathbf{A} . (б) Полазећи од изрази добијених под (а) и Лоренцовог услова, извести диференцијалну једначину коју задовољава електрични скалар-потенцијал, ако је у свакој тачки позната густина слободног наелектрисања ρ . (в) Написати решење те диференцијалне једначине.

(а)	(б)	(в)
-----	-----	-----

4. Полазећи од најопштијег облика исказа Поинтингове теореме у линеарној средини, извести исказ теореме за случај домена запремине v и површи S , у коме постоје временски променљиве побудне струје и који се налази у савршеном линеарном немагнетском диелектрику. Написати значење свих чланова и образложити одговор.

--

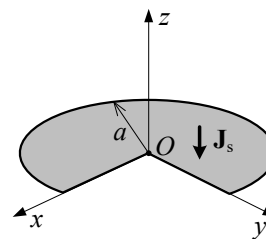
5. Комплексни представник вектора јачине магнетског поља дат је изразом $\underline{\mathbf{H}} = (\mathbf{i}_x - \mathbf{j}_y + 0,5\mathbf{i}_z) \text{ A/m}$. Одредити (а) минималну, (б) максималну и (в) ефективну вредност вектора $\underline{\mathbf{H}}$.

(а)	(б)	(в)
-----	-----	-----

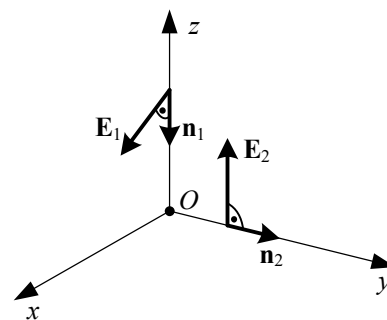
6. Полазећи од израза за комплексни коефицијент простирања ТЕМ таласа у средини са губицима, извести израз за коефицијент слабења у добром немагнетском диелектрику релативне пермитивности ϵ_r и специфичне проводности σ , на учестаности f .

ЗАДАЦИ

1. У вакууму постоји простопериодична струја, високе кружне учестаности ω , расподељена по површини бесконачно танког исечка кружног диска полупречника a , као на слици. Вектор густине површинских струја дат је изразом у Декартовом координатном систему $\mathbf{J}_s(r, \phi, t) = J_{s0} \cos \omega t (\mathbf{i}_x + \mathbf{i}_y)$, где је $0 \leq r \leq a$, $\pi/2 \leq \phi \leq 2\pi$, а J_{s0} је константа. Одредити, у комплексном облику, (а) расподелу наелектрисања исечка диска и (б) вектор јачине индукованог електричног поља на z -оси.



2. У вакууму се простиру два простопериодична равна униформна линијски поларизована ТЕМ таласа, исте учестаности, $f = 1 \text{ GHz}$. Први талас простира се у правцу и смеру негативне z -осе. Ефективна вредност вектора јачине електричног поља овог таласа је $E_1 = 6 \text{ mV/m}$, а оријентисан је у правцу и смеру јединичног вектора $(\sqrt{3}\mathbf{i}_x + \mathbf{i}_y)/2$. Други талас простира се у правцу и смеру y -осе. Електрично поље другог таласа у координатном почетку фазно предњачи у односу на електрично поље првог за $\pi/2$. Његова ефективна вредност износи $E_2 = 4 \text{ mV/m}$, а вектор поља оријентисан је у правцу и смеру z -осе. (а) Одредити изразе за комплексне векторе јачине електричног и магнетског поља оба таласа. Израчунати ефективну вредност индуковане емс у кружној, електрички малој, равној проводној контури, површине $S = 0,8 \text{ cm}^2$, ако она лежи у координатном почетку у (б) xOy -равни, (в) yOz -равни и (г) xOz -равни.



Напомена: У цилиндричном координатном систему је $\text{div } \mathbf{A} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rA_r) + \frac{1}{r} \frac{\partial A_\phi}{\partial \phi} + \frac{\partial A_z}{\partial z}$.

**ОДГОВОРИ НА ПИТАЊА И РЕШЕЊА ЗАДАТАКА СА
ИСПИТА ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОГ),
ОДРЖАНОГ 22. АВГУСТА 2022. ГОДИНЕ**

ПИТАЊА

1. (a) $p_j(t) = \sigma E^2(t)$. (б) $P_j(t) = \int_v \overline{\sigma E^2(t)} dv = \frac{4\sigma E^2(t) a^3 \pi}{3}$.

2. $\underline{I} = -\frac{2bI_z}{j\omega\mu_0\sigma N^2 Sa^2}$.

3. (a) $\mathbf{E} = -\text{grad}V - \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t}$, $\mathbf{H} = \frac{1}{\mu} \text{rot} \mathbf{A}$. (б) $\Delta V - \epsilon\mu \frac{\partial^2 V}{\partial t^2} = -\frac{\rho}{\epsilon}$. (в) $V(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{4\pi\epsilon} \int_v \frac{\rho(\mathbf{r}', t - R/c)}{R} dv$, где је $c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon\mu}}$.

4. $-\int_v \overbrace{\mathbf{J}_i \cdot \mathbf{E} dv}^{\text{Снага генератора}} = \int_v \left(\overbrace{\epsilon \mathbf{E} \cdot \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \mu_0 \mathbf{H} \cdot \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t}}^{\text{Стварање и одржавање ЕМ поља}} \right) dv + \underbrace{\oint_S (\mathbf{E} \times \mathbf{H}) \cdot d\mathbf{S}}_{\text{Размена електромагнетске енергије кроз S}}$.

5. (a) $H_{\min} = \sqrt{2} \text{ A/m}$. (б) $H_{\max} = \sqrt{\frac{5}{2}} \text{ A/m}$. (в) $H_{\text{eff}} = \frac{3}{2} \text{ A/m}$.

6. (a) $\alpha = \frac{\sigma}{2} \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_r \epsilon_0}}$.

ЗАДАЦИ

1. (a) $\rho_s = 0$, на површи. $\underline{Q}_1' = \frac{J_{s0}}{\sqrt{2}j\omega} (\cos\phi + \sin\phi)$, на лучној ивици. $\underline{Q}_2' = \underline{Q}_3' = \frac{J_{s0}}{\sqrt{2}j\omega}$, на праволинијским ивицама.

(б) $\underline{\mathbf{E}}_{\text{ind}} = -j\omega \frac{3\mu_0 J_{s0}}{8\sqrt{2}\beta} \left(e^{-j\beta\sqrt{a^2+z^2}} - e^{-j\beta|z|} \right) \cdot (\mathbf{i}_x + \mathbf{i}_y)$, где је $\beta = \omega\sqrt{\epsilon_0\mu_0}$.

2. (a) $\underline{\mathbf{E}}_1 = E_1 e^{j\beta z} \frac{\sqrt{3}\mathbf{i}_x + \mathbf{i}_y}{2}$, $\underline{\mathbf{H}}_1 = \frac{E_1}{Z_0} e^{j\beta z} \frac{\mathbf{i}_x - \sqrt{3}\mathbf{i}_y}{2}$, $\underline{\mathbf{E}}_2 = jE_2 e^{-j\beta y} \mathbf{i}_z$, $\underline{\mathbf{H}}_2 = j\frac{E_2}{Z_0} e^{-j\beta y} \mathbf{i}_x$.

(б) $\epsilon_{xOy} = 0$. (в) $\epsilon_{yOz} = \frac{2\pi f \mu_0 S}{Z_0} \sqrt{\frac{E_1^2}{4} + E_2^2} \approx 8,38 \mu\text{V}$. (г) $\epsilon_{xOz} = \frac{\sqrt{3}\pi f \mu_0 S E_1}{Z_0} \approx 8,71 \mu\text{V}$.

- РЕЗУЛТАТИ ИСПИТА ЋЕ БИТИ ОБЈАВЉЕНИ ДО 29. АВГУСТА У 11:00 ЧАСОВА.
- УВИД У ЗАДАТКЕ (У СОБИ 63) ЈЕ 29. АВГУСТА ОД 11:00 ДО 11:30 ЧАСОВА.

Са предмета Електромагнетика