

ИСПИТ ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОТ)

22. августа 2022.

Напомене. Испит траје 180 минута и ради се самостално. Није дозвољено напуштање сале 60 минута од почетка испита. Писати искључиво хемијском оловком. Дозвољена је употреба непрограмабилних калкулатора. Дозвољена је употреба само овога папира и једне вежбанке, који се морају предати. Питања радити искључиво на овоме папиру, а задатке искључиво у вежбанци. Коначне одговоре на питања и тражена извођења уписати у одговарајуће кућице, уцртати у дијаграме или заокружити понуђене одговоре. Одговори без извођења се неће признати. Свако питање носи по 5 поена, а задатак по 20 поена.

Попунити податке о кандидату у следећој табели. Исте податке написати и на омоту вежбанке.

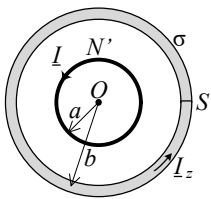
ПОДАЦИ О КАНДИДАТУ (попуњава кандидат)							КОЛОКВИЈУМ					
Индекс година/број		Презиме и име										
/							ИСПИТ					
ПИТАЊА						ЗАДАЦИ			УКУПНО ПОЕНА	ОЦЕНА		
1.	2.	3.	4.	5.	6.	Укупно	1.	2.			Укупно	

ПИТАЊА

1. По запремини хомогене проводне сфере, полупречника a и специфичне проводности σ постоји квазистационарно периодично електрично поље чији је вектор јачине $\mathbf{E}(t)$. Одредити изразе за (а) тренутну запреминску густину снаге Цулових губитака сфере и (б) укупну средњу снагу Цулових губитака сфере.

(а)	(б)
-----	-----

2. Веома дугачак соленоид, полупречника попречног пресека a и подужне густине завојака N' налази се у вакууму. У завојцима соленоида постоји споропроменљива простопериодична струја, угаоне учестаности ω и ефективне вредности I . Концентрично, око соленоида, постављена је танка хомогена жичана контура, полупречника b и специфичне проводности σ , тако да је површ контуре нормална на осу соленоида. Ако се у контури индукује струја јачине I_z , одредити у комплексном облику, израз за јачину струје којом се напаја соленоид, I . Занемарити магнетско поље које потиче од струје у контури.



3. (а) Написати изразе за векторе јачине електричног и магнетског поља за брзо променљиво поље у временском домену, за хомогену линеарну средину пермитивности ϵ и пермеабилности μ , ако су у свакој тачки познати електрични скалар-потенцијал V и магнетски вектор-потенцијал \mathbf{A} . (б) Полазећи од изрази добијених под (а) и Лоренцовог услова, извести диференцијалну једначину коју задовољава електрични скалар-потенцијал, ако је у свакој тачки позната густина слободног наелектрисања ρ . (в) Написати решење те диференцијалне једначине.

(а)	(б)	(в)
-----	-----	-----

4. Комплексни представник вектора јачине магнетског поља дат је изразом $\mathbf{H} = (i_x - j i_y + 0,5 i_z) \text{ A/m}$. Одредити (а) минималну, (б) максималну и (в) ефективну вредност вектора \mathbf{H} .

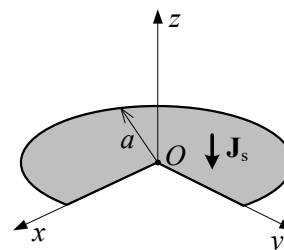
(а)	(б)	(в)
-----	-----	-----

5. Полазећи од израза за комплексни коефицијент простирања TEM таласа у средини са губицима, извести израз за коефицијент слабљења у добром немагнетском диелектрику релативне пермитивности ϵ_r и специфичне проводности σ , на учестаности f .

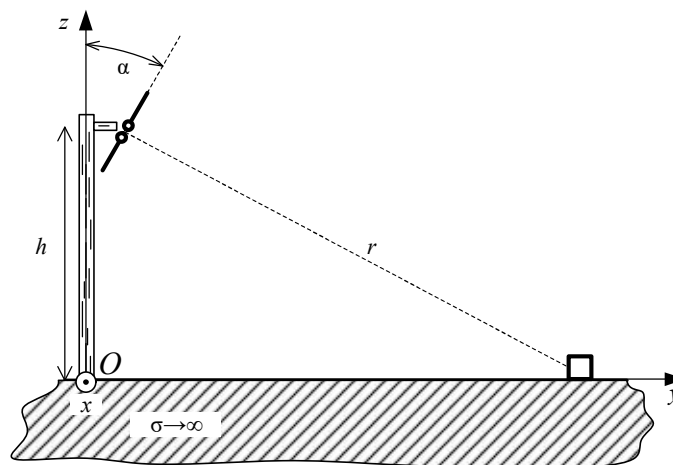
6. Антена се напаја простопериодичном струјом ефективне вредности I и учестаности f . Дата је карактеристична функција зрачења антене, $\underline{F}(\theta, \phi)$, где су θ и ϕ углови сферног координатног система са центром у тачки напајања антене. Одредити израз за комплексни Поинтингов вектор таласа који емитује антена, на одстојању r , у зони зрачења.

ЗАДАЦИ

1. У вакууму постоји простопериодична струја, високе кружне учестаности ω , расподељена по површини бесконачно танког исечка кружног диска полупречника a , као на слици. Вектор густине површинских струја дат је изразом у Декартовом координатном систему $\underline{J}_s(r, \phi, t) = J_{s0} \cos \omega t (\mathbf{i}_x + \mathbf{i}_y)$, где је $0 \leq r \leq a$, $\pi/2 \leq \phi \leq 2\pi$, а J_{s0} је константа. Одредити, у комплексном облику, (а) расподелу наелектрисања исечка диска и (б) вектор јачине индукованог електричног поља на z -оси.



2. Антена базне станице јавног мобилног система је полуталасни дипол, постављен на дрвени стуб висине h , под углом $\alpha = \pi/6$ у односу на осу стуба, као на слици. Сонда за мерење јачине магнетског поља базне станице је електрички мала правоугаона контура, површине S , која је постављена на земљу, у равни цртежа, на растојању $r = 2h$ од антене. Ако дипол оперише као предајна антена, напајана простопериодичним генератором, учестаности f и снаге P_0 , одредити комплексне изразе за векторе јачине (а) електричног и (б) магнетског поља на месту контуре. (в) Ако је $h = 10\text{ m}$, $S = 25\text{ cm}^2$, $f = 900\text{ MHz}$ и $P_0 = 80\text{ W}$ израчунати ефективну вредност емс индуковане у контури. Напомена: земља се може апроксимирати бесконачном савршено проводном равни, а утицај дрвеног стуба на електромагнетско поље дипола је занемарљив.



Напомена: У цилиндричном координатном систему је $\text{div } \mathbf{A} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rA_r) + \frac{1}{r} \frac{\partial A_\phi}{\partial \phi} + \frac{\partial A_z}{\partial z}$.

**ОДГОВОРИ НА ПИТАЊА И РЕШЕЊА ЗАДАТАКА СА
ИСПИТА ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОТ),
ОДРЖАНОГ 22. АВГУСТА 2022. ГОДИНЕ**

ПИТАЊА

1. (a) $p_j(t) = \sigma E^2(t)$. (б) $P_j(t) = \int_V \overline{\sigma E^2(t)} dv = \frac{4\sigma \overline{E^2(t)} a^3 \pi}{3}$.

2. $\underline{I} = -\frac{2bI_z}{j\omega\mu_0\sigma N^2 Sa^2}$.

3. (a) $\mathbf{E} = -\text{grad}V - \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t}$, $\mathbf{H} = \frac{1}{\mu} \text{rot} \mathbf{A}$. (б) $\Delta V - \epsilon\mu \frac{\partial^2 V}{\partial t^2} = -\frac{\rho}{\epsilon}$. (в) $V(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{4\pi\epsilon} \int_V \frac{\rho(\mathbf{r}', t - R/c)}{R} dv$, где је $c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon\mu}}$.

4. (a) $H_{\min} = \sqrt{2} \text{ A/m}$. (б) $H_{\max} = \sqrt{\frac{5}{2}} \text{ A/m}$. (в) $H_{\text{eff}} = \frac{3}{2} \text{ A/m}$.

5. (a) $\alpha = \frac{\sigma}{2} \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_r \epsilon_0}}$.

6. (a) $\underline{\mathcal{P}} = \frac{Z_0 I^2}{4\pi^2 r^2} |\mathbf{E}(\theta, \phi)|^2 \mathbf{i}_r$.

ЗАДАЦИ

1. (a) $\underline{\rho}_s = 0$, на површи. $\underline{Q}_1' = \frac{J_{s0}}{\sqrt{2}j\omega} (\cos\phi + \sin\phi)$, на лучној ивици. $\underline{Q}_2' = \underline{Q}_3' = \frac{J_{s0}}{\sqrt{2}j\omega}$, на праволинијским ивицама.

(б) $\underline{\mathbf{E}}_{\text{ind}} = -j\omega \frac{3\mu_0 J_{s0}}{8\sqrt{2}\beta} \left(e^{-j\beta\sqrt{a^2+z^2}} - e^{-j\beta|z|} \right) \cdot (\mathbf{i}_x + \mathbf{i}_y)$, где је $\beta = \omega\sqrt{\epsilon_0\mu_0}$.

2. (a) $\underline{\mathbf{E}} = -\frac{j\sqrt{3}Z_0}{2\pi} \sqrt{\frac{P_0}{R_{zr}}} \frac{e^{-j\beta r}}{r} \mathbf{i}_z$. (б) $\underline{\mathbf{H}} = -\frac{j}{\pi} \sqrt{\frac{P_0}{R_{zr}}} \frac{e^{-j\beta r}}{r} \mathbf{i}_x$. (в) $\epsilon \approx 0,296 \text{ V}$.

- РЕЗУЛТАТИ ИСПИТА ЋЕ БИТИ ОБЈАВЉЕНИ ДО 29. АВГУСТА У 11:00 ЧАСОВА.
- УВИД У ЗАДАТКЕ (У СОБИ 63) ЈЕ 29. АВГУСТА ОД 11:00 ДО 11:30 ЧАСОВА.

Са предмета Електромагнетика