

КОЛОКВИЈУМ ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОГ)

27. јануар 2023.

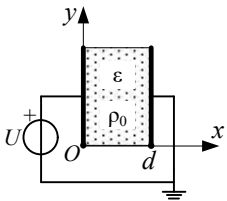
Напомене. Колоквијум траје 150 минута и ради се самостално. Није дозвољено напуштање сале 60 минута од почетка колоквијума. Писати искључиво хемијском оловком. Дозвољена је употреба непрограмабилних калкулатора. Дозвољена је употреба само овог папира и вежбанке, који се морају заједно предати. Питања радити искључиво на овоме папиру, а задатке искључиво у вежбанци. Коначне одговоре на питања и тражена извођења уписати у одговарајуће кућице, учртати у дијаграме или заокружити понуђене одговоре. Одговори без извођења се неће признати. Свако питање носи по 5 поена, а задатак по 20 поена.

Попунити податке о кандидату у следећој табели. Исте податке написати и на омоту вежбанке.

| ПОДАЦИ О КАНДИДАТУ | | | | | Укупно поена | |
|--------------------|---------------|---|---|--------|--------------|--|
| Индекс година/број | Презиме и име | | | | | |
| / | | | | | | |
| ПИТАЊА | | | | ЗАДАЦИ | | |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 1 | 2 | |
| | | | | | | |

ПИТАЊА

1. Плочасти кондензатор има две танке металне електроде површине S , постављене на растојању d , као на слици. Диелектрик плочастог кондензатора је линеаран и хомоген, пермитивности ϵ , а у њему постоји запреминско слободно наелектрисање константне густине ρ_0 . Кондензатор је прикључен на извор сталног напона U . (а) Решавањем Поасонове једначине одредити електростатички потенцијал, V , у диелектрику кондензатора, ако је десна електрода на нултом потенцијалу. (б) Користећи претходни резултат, одредити вектор јачине електричног поља, \mathbf{E} , у диелектрику кондензатора. Занемарити ивичне ефекте.



| | |
|-----|-----|
| (а) | (б) |
|-----|-----|

2. (а) Написати израз за правило преламања струјница у стационарном струјном пољу за раздвојну површ несавршеног диелектрика, пермитивности ϵ и специфичне проводности σ_d и проводника, специфичне проводности σ_p . Нацртати одговарајућу слику. (б) Уколико је на раздвојној површи позната површинска густина слободног наелектрисања, ρ_s , и ако је $\sigma_p \gg \sigma_d$, одредити интензитет вектора густине струје у диелектрику, непосредно уз раздвојну површ.

| | |
|-----|-----|
| (а) | (б) |
|-----|-----|

3. (а) Написати математички исказ Стоксове теореме. (б) Полазећи од ове теореме извести диференцијални облик уопштеног Амперовог закона.

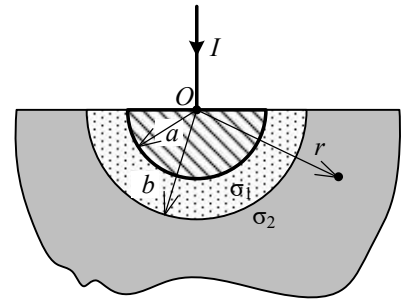
| | |
|-----|-----|
| (а) | (б) |
|-----|-----|

4. (а) Испитати да ли у хомогеној линеарној средини, релативне пермеабилности μ_r , може постојати поље магнетске индукције чији је израз у Декартовом координатном систему $\mathbf{B} = B_0(y^2\mathbf{i}_x + x^2\mathbf{i}_y)/a^2$, где су B_0 и a константе. (б) Одредити израз за вектор густине запреминске струје у тој средини.

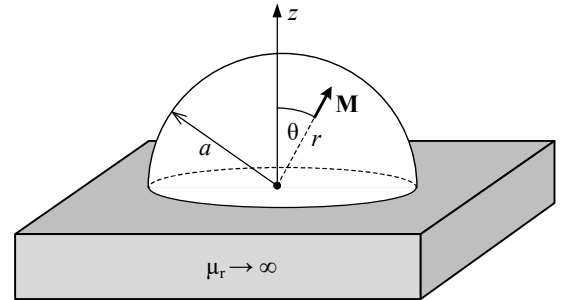
| | |
|-----|-----|
| (а) | (б) |
|-----|-----|

ЗАДАЦИ

1. Полусферни уземљивач полупречника a , укопан је у нехомогену земљу, као на слици. Специфична проводност слоја земље уз уземљивач је σ_1 , а остатка земље је σ_2 . Пермитивност у оба слоја земље износи ϵ . У уземљивач утиче стационарна струја јачине I . Специфична проводност уземљивача је много већа од σ_1 и σ_2 . Одредити изразе за (а) отпорност уземљивача, (б) расподелу слободних наелектрисања у земљи и (в) електрични скалар-потенцијал на површи земље за $r > b$.



2. Полулопта од феромагнетика, полупречника a , налази се у ваздуху и лежи (својом равном површи) на бесконачном блоку, сачињеном од јаког феромагнетика. Полулопта је намагнетисана по запремини, а вектор магнетизације дат је изразом $\mathbf{M} = M_0(r/a)\mathbf{i}_r$, $0 \leq r \leq a$, $0 \leq \theta \leq \pi/2$. Одредити (а) расподелу Амперових струја полулопте, (б) вектор магнетске индукције у центру лопте и (в) вектор јачине магнетског поља у центру лопте.



Напомене:

У сферном координатном систему је $\text{div } \mathbf{A} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 A_r) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (A_\theta \sin \theta) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial A_\phi}{\partial \phi}$ и

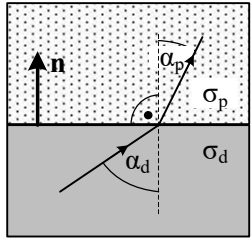
$$\text{rot } \mathbf{A} = \frac{1}{r \sin \theta} \left(\frac{\partial}{\partial \theta} (A_\phi \sin \theta) - \frac{\partial A_\theta}{\partial \phi} \right) \mathbf{i}_r + \frac{1}{r} \left(\frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial A_r}{\partial \phi} - \frac{\partial}{\partial r} (r A_\phi) \right) \mathbf{i}_\theta + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial}{\partial r} (r A_\theta) - \frac{\partial A_r}{\partial \theta} \right) \mathbf{i}_\phi.$$

**ОДГОВОРИ НА ПИТАЊА И РЕШЕЊА ЗАДАТАКА СА КОЛОКВИЈУМА ИЗ
ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОГ), ОДРЖАНОГ
27. ЈАНУАРА 2023. ГОДИНЕ**

ПИТАЊА

1. (a) $V(x) = \frac{\rho_0 x(d-x)}{2\epsilon} + U\left(1 - \frac{x}{d}\right)$. (б) $\mathbf{E}(x) = \left[\frac{\rho_0}{\epsilon} \left(x - \frac{d}{2}\right) + \frac{U}{d} \right] \mathbf{i}_x$.

2. (a) $\frac{\operatorname{tg} \alpha_d}{\operatorname{tg} \alpha_p} = \frac{\sigma_d}{\sigma_p}$,



(б) $J = \frac{\sigma_d}{\epsilon} \rho_s$.

3. (a) $\oint_C \mathbf{A} \cdot d\mathbf{l} = \int_S \operatorname{rot} \mathbf{A} \cdot d\mathbf{S}$. (б) $\oint_C \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = \int_S \mathbf{J} \cdot d\mathbf{S} \Rightarrow \operatorname{rot} \mathbf{H} = \mathbf{J}$.

4. (a) Како је $\operatorname{div} \mathbf{B} = 0$, овакво поље може постојати. (б) $\mathbf{J} = \frac{2B_0}{\mu_0 a^2} (x-y) \mathbf{i}_z$.

ЗАДАТАК

1. (a) $R_{uz} = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{1}{\sigma_1} \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b} \right) + \frac{1}{\sigma_2 b} \right)$. (б) $\rho_1 = \rho_2 = 0$, $\rho_{s1} = \frac{\epsilon I}{2\pi \sigma_1 a^2}$ на раздвојној површи проводника и првог слоја земље,

$\rho_{s2} = \frac{\epsilon I}{2\pi b^2} \left(\frac{1}{\sigma_2} - \frac{1}{\sigma_1} \right)$ на раздвојној површи два слоја земље. (в) $V(r) = \frac{I}{2\pi \sigma_2 r}$.

2. (a) $\mathbf{J}_A = 0$ по запремини, $\mathbf{J}_{As} = 0$ на сферној површи, $\mathbf{J}_{As} = M_0 \frac{r}{a} \mathbf{i}_\phi$ на равnoj површи. (б) $\mathbf{B} = \mu_0 M_0 \mathbf{i}_z$.

(в) $\mathbf{H} = M_0 \mathbf{i}_z$.

- РЕЗУЛТАТИ КОЛОКВИЈУМА ЋЕ БИТИ ОБЈАВЉЕНИ ДО 2. ФЕБРУАРА У 11:00 ЧАСОВА.
- УВИД У ЗАДАТКЕ (У СОБИ 63) ЈЕ 2. ФЕБРУАРА ОД 11:00 ДО 11:30 ЧАСОВА.

Са предмета Електромагнетика