

ИСПИТ ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОГ)

26. јун 2023.

Напомене. Испит траје 180 минута и ради се самостално. Није дозвољено напуштање сале 60 минута од почетка испита. Писати искључиво хемијском оловком. Дозвољена је употреба непрограмабилних калкулатора. Дозвољена је употреба само овога папира и једне вежбанке, који се морају предати. Питања радити искључиво на овоме папиру, а задатке искључиво у вежбанци. Коначне одговоре на питања и тражена извођења уписати у одговарајуће кућице, уцртати у дијаграме или заокружити понуђене одговоре. Одговори без извођења се неће признати. Свако питање носи по 5 поена, а задатак по 20 поена.

Попунити податке о кандидату у следећој табели. Исте податке написати и на омоту вежбанке.

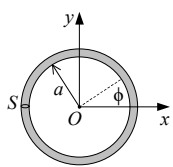
ПОДАЦИ О КАНДИДАТУ (попуњава кандидат)							КОЛОКВИЈУМ				
Индекс година/број		Презиме и име									
/							ИСПИТ				
ПИТАЊА					ЗАДАЦИ						
1.	2.	3.	4.	5.	6.	Укупно	1.	2.	Укупно	УКУПНО ПОЕНА	ОЦЕНА

ПИТАЊА

1. (а) Написати изразе за дивергенцију и ротор магнетског вектор-потенцијала у споропроменљивом електромагнетском пољу. (б) Полазећи од потпуног система диференцијалних једначина за споропроменљиво електромагнетско поље у хомогеној линеарној средини и израза добијених под (а), извести диференцијалну једначину коју задовољава магнетски вектор-потенцијал.

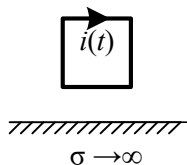
(а)	(б)
-----	-----

2 Танак кружни завојак, полупречника a и површине попречног пресека S ($S \ll a^2$), направљен од хомогеног материјала специфичне проводности σ , налази се у вакууму, у простопериодичном споро променљивом електромагнетском пољу. У свакој тачки простора познат је магнетски вектор-потенцијал, дат изразом у цилиндричном координатном систему $A(t) = -\sqrt{2}A_0 \sin \omega t \mathbf{i}_\phi$, где су A_0 и ω константе. Одредити у завојку (а) комплексни вектор јачине електричног поља и (б) средњу снагу Цулових губитака. Занемарити магнетско поље услед струја у завојку.



(а)	(б)
-----	-----

3. Илустровати теорему ликова на примеру равне жичане контуре која се налази близу хоризонталне савршено проводне равни и кроз коју протиче временски променљива струја јачине $i(t)$.



--

4. (а) Написати математички исказ Поинтингове теореме у домену v , ограниченом површи S и објаснити значење сваког члана. Домен је испуњен линеарним хомогеним диелектриком пермитивности ϵ , пермеабилности μ и специфичне проводности σ , а у свакој тачки домена познат је вектор побудних струја \mathbf{J}_1 . (б) Претходни израз написати за случај када је површ S прекривена бесконачно танком савршено проводном фолијом.

(а)	(б)
-----	-----

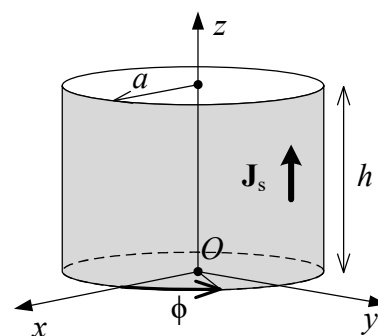
5. Комплексни представник вектора јачине електричног поља простопериодичног електромагнетског таласа дат је изразом $\underline{\mathbf{E}} = E_0 (5\mathbf{i}_x + j3\mathbf{i}_y + 4\mathbf{i}_z)$, где је E_0 константа. За овај вектор одредити: (а) ефективну вредност, (б) минимални интензитет и (в) максимални интензитет. (г) Како је овај вектор поларизован? Образложити одговор.

(а)	(б)	(в)	(г)

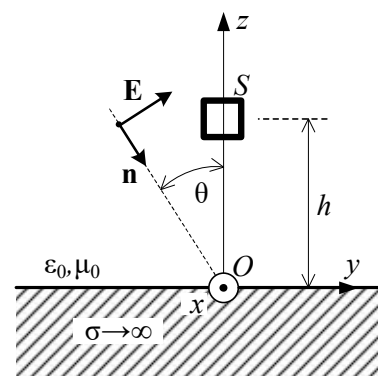
6. Раван униформан простопериодичан TEM талас, учестаности f , простира се у линеарном хомогеном материјалу специфичне проводности σ , пермеабилности μ_0 и пермитивности ϵ . Полазећи од израза за комплексни коефицијент простирања, извести изразе за коефицијент слабљења и фазни коефицијент у случају када је материјал добар диелектрик.

ЗАДАЦИ

1. У вакууму постоји простопериодична струја, високе кружне учестаности ω , само по омотачу цилиндра полупречника a и висине h , као на слици. Вектор густине струје дат је изразом $\mathbf{J}_s = \sqrt{2}J_{s0}(z/a) \cdot \sin(\phi/2) \cos \omega t \mathbf{i}_z$, где је J_{s0} константа, $\beta = \omega\sqrt{\epsilon_0\mu_0}$, $0 \leq z \leq h$ и $0 \leq \phi \leq 2\pi$. (а) Одредити расподелу површинског и линијског наелектрисања на омотачу цилиндра. (б) Одредити комплексни вектор јачине индукваног електричног поља у тачки O .



2. На савршено проводну наилази раван униформан паралелно поларизован TEM талас, учестаности f , под углом θ у односу на вертикалу, као на слици. Ефективна вредност електричног поља овог таласа је E . Средина је вакуум. (а) Одредити изразе за векторе електричног и магнетског поља изнад равни. (б) Скицирати график ефективне вредности вектора јачине магнетског поља дуж z -осе и на графику означити значајне величине. (б) Ако је $f = 433\text{MHz}$, $\theta = \pi/6$ и $E = 2,4\text{V/m}$, израчунати ефективну вредност емс која се индукује у електрички малој контури, површине $S = 3\text{cm}^2$, постављеној у равни инциденције на висину $h = \lambda/8$, где је λ таласна дужина у вакууму.



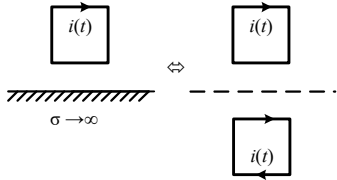
Напомена:

У цилиндричном координатном систему је $\text{div } \mathbf{A} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(rA_r) + \frac{1}{r} \frac{\partial A_\phi}{\partial \phi} + \frac{\partial A_z}{\partial z}$

**ОДГОВОРИ НА ПИТАЊА И РЕШЕЊА ЗАДАТАКА СА
ИСПИТА ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОГ),
ОДРЖАНОГ 26. ЈУНА 2023. ГОДИНЕ**

ПИТАЊА

1. (a) $\text{div } \mathbf{A} = 0, \text{ rot } \mathbf{A} = \mathbf{B}$. (б) $\Delta \mathbf{A} = -\mu \mathbf{J}$
2. (a) $\underline{\mathbf{E}} = \underline{\mathbf{E}}_{\text{ind}} = -j\omega \underline{\mathbf{A}} = \omega A_0 \mathbf{i}_\phi$. (б) $P_J = 2\pi a S \sigma \omega^2 A_0^2$.
- 3.



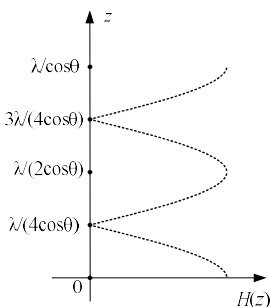
4. (a)
$$\underbrace{\int_v -\mathbf{J}_i \cdot \mathbf{E} \, dv}_{\text{Снага извора удомену}} = \underbrace{\int_v \sigma |\mathbf{E}|^2 \, dv}_{\text{Снага Цулових губитака у домену}} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial t} \int_v \left(\frac{1}{2} \epsilon |\mathbf{E}|^2 + \frac{1}{2} \mu |\mathbf{H}|^2 \right) dv}_{\text{Брзина промене ЕМ енергије у домену}} + \underbrace{\oint_S (\mathbf{E} \times \mathbf{H}) \cdot d\mathbf{S}}_{\text{Брзина размене ЕМ енергије са околином}}.$$

(б)
$$\underbrace{\int_v -\mathbf{J}_i \cdot \mathbf{E} \, dv}_{\text{Снага извора удомену}} = \underbrace{\int_v \sigma |\mathbf{E}|^2 \, dv}_{\text{Снага Цулових губитака у домену}} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial t} \int_v \left(\frac{1}{2} \epsilon |\mathbf{E}|^2 + \frac{1}{2} \mu |\mathbf{H}|^2 \right) dv}_{\text{Брзина промене ЕМ енергије у домену}}.$$

5. a) $E = 5\sqrt{2} E_0$. (б) $E_{\min} = 3\sqrt{2} E_0$. (в) $E_{\max} = \sqrt{82} E_0$. (г) Вектор је елиптички поларизован ($0 < E_{\min} < E_{\max}$).
6. $\alpha = 0,5 \sigma \sqrt{\mu_0 / \epsilon}$, $\beta = 2\pi f \sqrt{\mu_0 \epsilon}$.

ЗАДАЦИ

1. (a) $\underline{\rho}_s = -\frac{J_{s0}}{j\omega a} \sin \frac{\phi}{2}$, $\underline{Q}'_1(z=h) = \frac{J_{s0} h}{j\omega a} \sin \frac{\phi}{2}$, $\underline{Q}'_2(z=0) = 0$. (б) $\underline{\mathbf{E}}_{\text{ind}} = \frac{\omega \mu_0 J_{s0}}{\pi \beta} \left(e^{-j\beta \sqrt{a^2 + h^2}} - e^{-j\beta a} \right) \mathbf{i}_z$, $\beta = \omega \sqrt{\mu_0 \epsilon_0}$.
2. (a) $\underline{\mathbf{E}}_{\text{rez}} = 2E e^{-j\beta y \sin \theta} \left(j \cos \theta \sin(\beta z \cos \theta) \mathbf{i}_y + \sin \theta \cos(\beta z \cos \theta) \mathbf{i}_z \right)$, $\underline{\mathbf{H}}_{\text{rez}} = \frac{2E}{Z_0} e^{-j\beta y \sin \theta} \cos(\beta z \cos \theta) \mathbf{i}_x$, $Z_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}}$.
- (б) (в) $\epsilon \approx 10,15 \text{ mV}$



- РЕЗУЛТАТИ ИСПИТА ЋЕ БИТИ ОБЈАВЉЕНИ ДО 3. ЈУЛА У 11:00 ЧАСОВА.
- УВИД У ЗАДАТКЕ (У СОБИ 63) ЈЕ 3. ЈУЛА ОД 11:00 ДО 11:30 ЧАСОВА.

Са предмета Електромагнетика