

# ИСПИТ ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОГ)

1. септембар 2023.

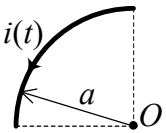
**Напомене.** Испит траје 180 минута и ради се самостално. Није дозвољено напуштање сале 60 минута од почетка испита. Писати искључиво хемијском оловком. Дозвољена је употреба непрограмабилних калкулатора. Дозвољена је употреба само овога папира и једне вежбанке, који се морају предати. Питања радити искључиво на овоме папиру, а задатке искључиво у вежбанци. Коначне одговоре на питања и тражена извођења уписати у одговарајуће кућице, уцртати у дијаграме или заокружити понуђене одговоре. Одговори без извођења се неће признати. Свако питање носи по 5 поена, а задатак по 20 поена.

**Попунити податке о кандидату у следећој табели. Исте податке написати и на омоту вежбанке.**

ПОДАЦИ О КАНДИДАТУ (попуњава кандидат)							КОЛОКВИЈУМ					
Индекс година/број		Презиме и име										
/							ИСПИТ					
ПИТАЊА						ЗАДАЦИ			УКУПНО ПОЕНА	ОЦЕНА		
1.	2.	3.	4.	5.	6.	Укупно	1.	2.			Укупно	

## ПИТАЊА

1. (а) У делу контуре, облика четврткружне нити, полупречника  $a$ , постоји споропроменљива струја  $i(t)$ . Одредити израз за интензитет вектора јачине индукованог електричног поља у центру полукруга (тачка  $O$ ). Средина је вакуум.



2. У свакој тачки простора познат је вектор јачине квазистационарног електричног поља  $E$ , услед запреминских струја и наелектрисања у домену  $v$ . Густина струја је  $J$ , а средина је вакуум. Одредити израз за разлику електричних скалар-потенцијала две произвољне тачке простора.

3. (а) Написати потпун систем диференцијалних једначина за брзопроменљиво поље у нехомогеној нелинеарној средини у којој постоје побудне струје. (б) Полазећи од једначина добијених под (а), извести једначину континуитета за дату средину.

(а)	(б)
-----	-----

4. Одредити (а) минималну, (б) максималну и (в) ефективну вредност комплексног вектора  $\underline{A} = (-1 - j)\mathbf{i}_x + j2\mathbf{i}_y + 2\mathbf{i}_z$ .

(а)	(б)	(в)
-----	-----	-----

5. (a) Извести таласану једначину за вектор јачине магнетског поља у вакууму, за домен у којем нема извора електромагнетског поља. (б) Написати једно решење те једначине.

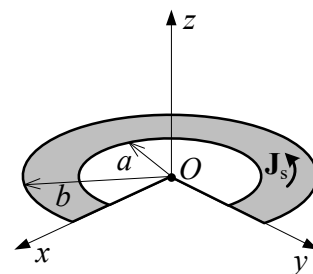
(a)	(б)
-----	-----

6. (a) Навести четири особине равних униформних ТЕМ таласа који се простиру у линеарној средини без губитака. (б) Извести везу између Поинтинговог вектора и густине електромагнетске енергије таласа.

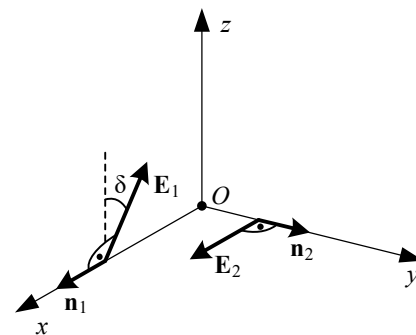
(a)	(б)
-----	-----

### ЗАДАЦИ

1. У вакууму постоји простопериодична струја, високе кружне учестаности  $\omega$ , расподељена по површи исечка диска, унутрашњег полупречника  $a$  и спољашњег полупречника  $b$ , као на слици. Вектор густине површинске струје дат је изразом у цилиндричном координатном систему,  $\mathbf{J}_s = \sqrt{2}J_{s0} \cos(\omega t + \beta r) \mathbf{i}_\phi$ , где је  $J_0$  константа,  $\beta = \omega \sqrt{\mu_0 \epsilon_0}$ ,  $a \leq r \leq b$ , и  $\pi/2 \leq \phi \leq 2\pi$ . (a) Одредити расподелу наелектрисања диска. Одредити у тачки  $O$  комплексне векторе (б) јачине индукованог електричног поља и (в) јачине електричног поља услед наелектрисања добијеног под (a).



2. У вакууму се простиру два простопериодична равна униформна линијски поларизована ТЕМ таласа, исте учестаности  $f$ . Први талас простира се у правцу и смеру  $x$ -осе, ефективна вредност овог таласа је  $E$ , вектор електричног поља заклапа са  $xOz$ -равни угао  $\delta$ , а фаза у координатном почетку је  $\alpha_1 = 0$ . Правац и смер другог таласа поклапају се са јединичним вектором  $\mathbf{i}_y$ . Интензитет поља другог таласа је  $E/\sqrt{3}$ , вектор његовог електричног поља је у правцу и смеру  $x$ -осе, а фаза у координатном почетку је  $\alpha_2 = \pi/2$ . У координатном почетку Декартовог координатног система лежи електрички мала кружна контура површине  $S$ . (a) Одредити изразе за комплексне векторе јачине електричног и магнетског поља у целом простору. Ако је  $f = 1\text{GHz}$ ,  $\delta = \pi/6$ ,  $E = 60\text{mV/m}$ ,  $S = 1,2\text{cm}^2$ , израчунати ефективну вредност индуковане емс у контури, ако она лежи у (б)  $yOz$ -равни, (в)  $xOz$ -равни и (г)  $xOy$ -равни.



### Напомена:

У цилиндричном координатном систему је  $\text{div } \mathbf{A} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(rA_r) + \frac{1}{r} \frac{\partial A_\phi}{\partial \phi} + \frac{\partial A_z}{\partial z}$

**ОДГОВОРИ НА ПИТАЊА И РЕШЕЊА ЗАДАТАКА СА  
ИСПИТА ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОГ),  
ОДРЖАНОГ 1. СЕПТЕМБРА 2023. ГОДИНЕ**

**ПИТАЊА**

1.  $|\mathbf{E}_{\text{ind}}(t)| = \frac{\mu_0 \sqrt{2}}{4\pi} \left| \frac{di}{dt} \right|.$

2. (a)  $V_M - V_N = \int_M^N \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} + \frac{\mu_0}{4\pi} \int_M^N \left( \int_V \frac{(\partial \mathbf{J} / \partial t)}{R} dv \right) \cdot d\mathbf{l}.$

3. (a)  $\text{rot } \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \text{ rot } \mathbf{H} = \mathbf{J} + \mathbf{J}_i + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}, \text{ div } \mathbf{D} = \rho, \text{ div } \mathbf{B} = 0.$  (б)  $\text{div}(\mathbf{J} + \mathbf{J}_i) = -\frac{\partial \rho}{\partial t}.$

4. (a)  $A_{\text{min}} = 2\sqrt{2}.$  (б)  $A_{\text{max}} = 2\sqrt{3}.$  (в)  $A_{\text{eff}} = \sqrt{10}.$

5. (a)  $\Delta \mathbf{H} - \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial t^2} = 0.$  (б)  $\mathbf{H} = H_m \cos(\omega(t - z/c_0)) \mathbf{i}_y,$  где је  $c_0 = 1/\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}.$

6. (a) 1° Вектори  $\mathbf{E}, \mathbf{H}$  и  $\mathbf{n}$  су међусобно ортогонални,  $\mathbf{E} \times \mathbf{H} = \mathcal{P} \cdot \mathbf{n};$  (б)  $\mathcal{P} = \mathbf{c} \cdot w_{\text{em}},$  где је  $\mathbf{c} = c \cdot \mathbf{n}.$   
 2°  $\mathbf{E}$  и  $\mathbf{H}$  су константни у трансверзалним равнинама;  
 3°  $E/H = \text{const} = Z = \sqrt{\mu/\varepsilon};$   
 4° Брзина простирања износи  $c = 1/\sqrt{\varepsilon\mu}.$

**ЗАДАЦИ**

1. (a) По површи исечка је  $\underline{\rho}_s = 0.$  На равним ивицама је  $\underline{Q}'_x = -\frac{J_{s0}}{j\omega} e^{j\beta x},$  и  $\underline{Q}'_y = \frac{J_{s0}}{j\omega} e^{j\beta y},$  а на лучним ивицама је  $\underline{Q}' = 0.$

(б)  $\underline{\mathbf{E}}_{\text{ind}} = -j\omega \frac{\mu_0 J_{s0}}{4\pi} (b-a) \cdot (\mathbf{i}_x - \mathbf{i}_y).$  (в)  $\underline{\mathbf{E}}_Q = \frac{J_{s0}}{4\pi \varepsilon_0 j\omega} \left( \frac{b-a}{ab} + j\beta \ln \frac{b}{a} \right) \cdot (-\mathbf{i}_x + \mathbf{i}_y).$

2. (a)  $\underline{\mathbf{E}} = E \left[ \frac{j}{\sqrt{3}} \mathbf{i}_x e^{-j\beta y} + (\sin \delta \mathbf{i}_y + \cos \delta \mathbf{i}_z) e^{-j\beta x} \right], \underline{\mathbf{H}} = \frac{E}{Z_0} \left[ -\cos \delta \mathbf{i}_y e^{-j\beta x} + \left( -\frac{j}{\sqrt{3}} e^{-j\beta y} + \sin \delta \cdot e^{-j\beta x} \right) \mathbf{i}_z \right], Z_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}},$

$\beta = \varepsilon \sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}.$

(б)  $\varepsilon = 0.$  (в)  $\varepsilon = \omega \mu_0 \frac{E}{Z_0} S \cos \delta \approx 130,6 \mu\text{V}.$  (г)  $\varepsilon = \omega \mu_0 \frac{E}{Z_0} S \sqrt{\frac{1}{3} + \sin^2 \delta} \approx 115,2 \mu\text{V}.$

- РЕЗУЛТАТИ ИСПИТА ЋЕ БИТИ ОБЈАВЉЕНИ ДО 8. СЕПТЕМБРА У 11:00 ЧАСОВА.
- УВИД У ЗАДАТКЕ (У СОБИ 63) ЈЕ 8. СЕПТЕМБРА ОД 11:00 ДО 11:30 ЧАСОВА.

Са предмета Електромагнетика