

ИСПИТ ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОТ)

1. септембар 2023.

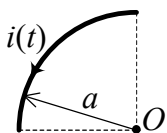
Напомене. Испит траје 180 минута и ради се самостално. Није дозвољено напуштање сале 60 минута од почетка испита. Писати искључиво хемијском оловком. Дозвољена је употреба непрограмабилних калкулатора. Дозвољена је употреба само овога папира и једне вежбанке, који се морају предати. Питања радити искључиво на овоме папиру, а задатке искључиво у вежбанци. Коначне одговоре на питања и тражена извођења уписати у одговарајуће кућице, уцртати у дијаграме или заокружити понуђене одговоре. Одговори без извођења се неће признати. Свако питање носи по 5 поена, а задатак по 20 поена.

Попунити податке о кандидату у следећој табели. Исте податке написати и на омоту вежбанке.

ПОДАЦИ О КАНДИДАТУ (попуњава кандидат)							КОЛОКВИЈУМ					
Индекс година/број		Презиме и име										
/							ИСПИТ					
ПИТАЊА						ЗАДАЦИ			УКУПНО ПОЕНА	ОЦЕНА		
1.	2.	3.	4.	5.	6.	Укупно	1.	2.			Укупно	

ПИТАЊА

1. (а) У делу контуре, облика четврткружне нити, полупречника a , постоји споропроменљива струја $i(t)$. Одредити израз за интензитет вектора јачине индукованог електричног поља у центру полукруга (тачка O). Средина је вакуум.



2. (а) Написати потпун систем диференцијалних једначина за брзопроменљиво поље у нехомогеној нелинеарној средини у којој постоје побудне струје. (б) Полазећи од једначина добијених под (а) извести једначину континуитета за дату средину.

(а)	(б)
-----	-----

3. (а) Извести таласану једначину за вектор јачине магнетског поља у вакууму, за домен у којем нема извора електромагнетског поља. (б) Написати једно решење те једначине.

(а)	(б)
-----	-----

4. (а) Навести четири особине равних униформних ТЕМ таласа који се простиру у линеарној средини без губитака. (б) Извести везу између Поинтинговог вектора и густине електромагнетске енергије таласа.

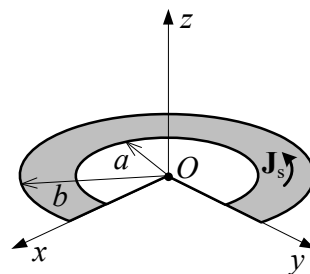
(а)	(б)
-----	-----

5. Дефинисати ефективну дужину жичане антене. Написати одговарајући израз, нацртати слику и означити одговарајуће величине.

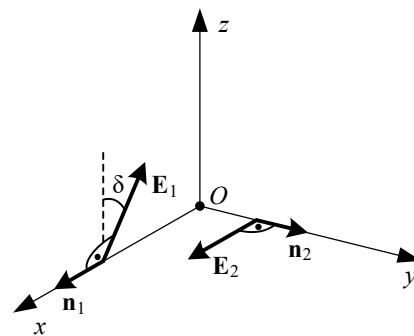
6. Антена се напаја протопериодичном струјом ефективне вредности I и учестаности f . Карактеристична функција зрачења антене, $\mathbf{F}(\theta, \phi)$, је позната, а θ и ϕ су углови сферног координатног система са центром у тачки напајања антене. Одредити израз за комплексни Поинтингов вектор таласа који емитује антена на одстојању r , у зони зрачења.

ЗАДАЦИ

1. У вакууму постоји протопериодична струја, високе кружне учестаности ω , расподељена по површи исечка диска, унутрашњег полупречника a и спољашњег полупречника b , као на слици. Вектор густине површинске струје дат је изразом у цилиндричном координатном систему, $\mathbf{J}_s = \sqrt{2}J_{s0} \cos(\omega t + \beta r)\mathbf{i}_\phi$, где је J_0 константа, $\beta = \omega\sqrt{\mu_0\epsilon_0}$, $a \leq r \leq b$, и $\pi/2 \leq \phi \leq 2\pi$. (а) Одредити расподелу наелектрисања диска. Одредити у тачки O комплексне векторе (б) јачине индукованог електричног поља и (в) јачине електричног поља услед наелектрисања добијеног под (а).



2. Пријемна антена је полуталасни дипол чији се центар налази у координатном почетку Декартовог координатног система. Средина је вакуум. На место пријема стижу два протопериодична равна униформна линијски поларизована ТЕМ таласа, исте учестаности f . Први талас простире се у правцу и смеру x -осе, ефективна вредност овог таласа је E , вектор електричног поља заклапа са xOz -равни угао од δ , а фаза у координатном почетку је $\alpha_1 = 0$. Правац и смер другог таласа поклапају се са јединичним вектором \mathbf{i}_y . Интензитет поља другог таласа је $E/\sqrt{3}$, вектор његовог електричног поља је у правцу и смеру x -осе, а фаза у координатном почетку је $\alpha_2 = \pi/2$. (а) Одредити изразе за комплексне векторе јачине електричног и магнетског поља у целом простору. Ако је $f = 1\text{GHz}$, $\delta = \pi/6$, $E = 60\text{mV/m}$, израчунати ефективну вредност индуковане емс у диполу, ако он лежи дуж (б) x -осе, (в) y -осе и (г) z -осе.



Напомена:

У цилиндричном координатном систему је $\text{div } \mathbf{A} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(rA_r) + \frac{1}{r} \frac{\partial A_\phi}{\partial \phi} + \frac{\partial A_z}{\partial z}$

**ОДГОВОРИ НА ПИТАЊА И РЕШЕЊА ЗАДАТАКА СА
ИСПИТА ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОТ),
ОДРЖАНОГ 1. СЕПТЕМБРА 2023. ГОДИНЕ**

ПИТАЊА

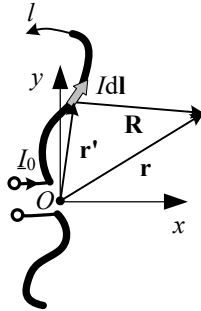
1. $|\mathbf{E}_{\text{ind}}(t)| = \frac{\mu_0 \sqrt{2}}{4\pi} \left| \frac{di}{dt} \right|$.

2. (a) $\text{rot } \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$, $\text{rot } \mathbf{H} = \mathbf{J} + \mathbf{J}_i + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}$, $\text{div } \mathbf{D} = \rho$, $\text{div } \mathbf{B} = 0$. (б) $\text{div}(\mathbf{J} + \mathbf{J}_i) = -\frac{\partial \rho}{\partial t}$.

3. (a) $\Delta \mathbf{H} - \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial t^2} = 0$. (б) $\mathbf{H} = H_m \cos(\omega(t - z/c_0)) \mathbf{i}_y$, где је $c_0 = 1/\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}$.

4. (a) 1° Вектори \mathbf{E} , \mathbf{H} и \mathbf{n} су међусобно ортогонални, $\mathbf{E} \times \mathbf{H} = \mathcal{P} \cdot \mathbf{n}$; (б) $\mathcal{P} = \mathbf{c} \cdot w_{\text{em}}$, где је $\mathbf{c} = \mathbf{c} \cdot \mathbf{n}$.
 2° \mathbf{E} и \mathbf{H} су константни у трансверзалним равнинама;
 3° $E/H = \text{const} = Z = \sqrt{\mu/\varepsilon}$;
 4° Брзина простирања износи $c = 1/\sqrt{\varepsilon\mu}$.

5. $\mathbf{I}_{\text{eff}} = \frac{1}{L_0} \int_L \mathbf{I}(l) e^{j\beta r' \cdot \mathbf{i}_r} dl$.



6. $\mathcal{P} = \frac{Z_0 I^2}{4\pi^2 r^2} F^2(\theta, \phi) \mathbf{i}_r$.

ЗАДАЦИ

1. (a) По површи исечка је $\rho_s = 0$. На равним ивицама је $\underline{Q}'_x = \frac{J_{s0}}{j\omega} e^{j\beta x}$, и $\underline{Q}'_y = -\frac{J_{s0}}{j\omega} e^{j\beta y}$, а на лучним ивицама је $\underline{Q}' = 0$.

(б) $\underline{\mathbf{E}}_{\text{ind}} = -j\omega \frac{\mu_0 J_{s0}}{4\pi} (b-a) \cdot (\mathbf{i}_x - \mathbf{i}_y)$. (в) $\underline{\mathbf{E}}_Q = \frac{J_{s0}}{4\pi \varepsilon_0 j\omega} \left(\frac{b-a}{ab} + j\beta \ln \frac{b}{a} \right) \cdot (-\mathbf{i}_x + \mathbf{i}_y)$.

2. (a) $\underline{\mathbf{E}} = E \left[\frac{j}{\sqrt{3}} \mathbf{i}_x e^{-j\beta y} + (\sin \delta \mathbf{i}_y + \cos \delta \mathbf{i}_z) e^{-j\beta x} \right]$, $\underline{\mathbf{H}} = \frac{E}{Z_0} \left[-\cos \delta \mathbf{i}_y e^{-j\beta x} + \left(-\frac{j}{\sqrt{3}} e^{-j\beta y} + \sin \delta \cdot e^{-j\beta x} \right) \mathbf{i}_z \right]$, $Z_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}$,

$\beta = \varepsilon \sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}$.

(б) $\varepsilon = \frac{\lambda}{\pi} E_2 \approx 3,3 \text{ mV}$. (в) $\varepsilon = \frac{\lambda}{\pi} E_1 \sin \delta \approx 2,86 \text{ mV}$. (г) $\varepsilon = \frac{\lambda}{\pi} E_1 \cos \delta \approx 4,96 \text{ mV}$.

- РЕЗУЛТАТИ ИСПИТА ЋЕ БИТИ ОБЈАВЉЕНИ ДО 8. СЕПТЕМБРА У 11:00 ЧАСОВА.
- УВИД У ЗАДАТКЕ (У СОБИ 63) ЈЕ 8. СЕПТЕМБРА ОД 11:00 ДО 11:30 ЧАСОВА.

Са предмета Електромагнетика