

# ИСПИТ ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОГ)

11. јануар 2024.

**Напомене.** Испит траје 180 минута и ради се самостално. Није дозвољено напуштање сале 60 минута од почетка испита. Писати искључиво хемијском оловком. Дозвољена је употреба непрограмабилних калкулатора. Дозвољена је употреба само овога папира и једне вежбанке, који се морају предати. Питања радити искључиво на овоме папиру, а задатке искључиво у вежбанци. Коначне одговоре на питања и тражена извођења уписати у одговарајуће кућице, уцртати у дијаграме или заокружити понуђене одговоре. Одговори без извођења се неће признати. Свако питање носи по 5 поена, а задатак по 20 поена.

**Попунити податке о кандидату у следећој табели. Исте податке написати и на омоту вежбанке.**

ПОДАЦИ О КАНДИДАТУ (попуњава кандидат)							КОЛОКВИЈУМ				
Индекс година/број		Презиме и име									
/							ИСПИТ				
ПИТАЊА					ЗАДАЦИ						
1.	2.	3.	4.	5.	6.	Укупно	1.	2.	Укупно	УКУПНО ПОЕНА	ОЦЕНА

## ПИТАЊА

1. (а) Написати потпун систем диференцијалних једначина за квазистационарно електромагнетско поље у нехомогеној нелинеарној средини у којој постоје побудне струје. (б) Полазећи од једначина добијених под (а), извести одговарајућу једначину континуитета за дату средину.

(а)	(б)
-----	-----

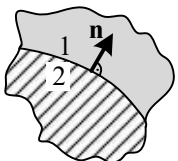
2. Одредити средњу снагу Цулових губитака у проводном кружном диску, полупречника  $a = 8 \text{ cm}$ , висине  $h = 5 \text{ mm}$ , специфичне проводности  $\sigma = 2 \cdot 10^6 \text{ S/m}$  и пермеабилности  $\mu_0$ , који се налази у хомогеном споропроменљивом простопериодичном магнетском пољу учестаности  $f = 24 \text{ kHz}$  и ефективне вредности магнетске индукције  $B = 6 \mu\text{T}$ . Вектор магнетске индукције паралелан је оси диска. Занемарити магнетско поље струја индукованих у диску.

--

3. (а) Написати потпун систем диференцијалних једначина у комплексном облику за брзопроменљиво електромагнетско поље у добром линеарном хомогеном проводнику, пермитивности  $\epsilon$ , пермеабилности  $\mu_0$  и специфичне проводности  $\sigma$ , у којем нема побудно поља ни побудних струја. (б) На основу израза под (а), извести израз за еквивалентну комплексну пермитивност проводника.

(а)	(б)
-----	-----

4. Одредити у комплексном облику расподелу површинског наелектрисања на раздвојној површи две хомогене и линеарне средине, пермитивности и специфичне проводности  $\epsilon_1$  и  $\sigma_1$ , односно  $\epsilon_2$  и  $\sigma_2$ , у простопериодичном брзопроменљивом пољу, кружне учестаности  $\omega$ , ако је у свакој тачки средине 1 уз раздвојну површ позната нормална компонента комплексног вектора густине струје,  $\underline{J}_{1n}$ .



--

5. За простопериодичан вектор јачине електричног поља, чији је комплексни представник дат изразом  $\underline{E} = (\mathbf{i}_x + \sqrt{2}\mathbf{i}_y) + j(\sqrt{2}\mathbf{i}_x - \mathbf{i}_y)$  V/m, израчунати (а) минимални интензитет и (б) максимални интензитет. (в) Како је поларизован овај вектор? Одговор образложити.

(а)	(б)	(в)

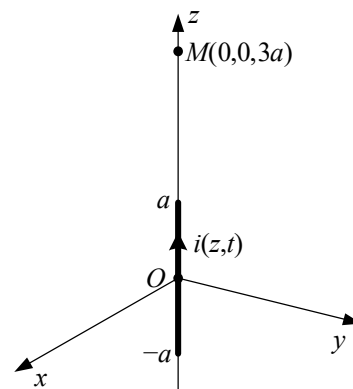
6. Раван униформан простопериодичан ТЕМ талас, кружне учестаности  $\omega$ , линијски је поларизован и простире се у вакууму дуж  $y$ -осе Декартовог координатног система. Ефективна вредност електричног поља таласа је  $E$ . Вектор јачине електричног поља има само  $z$ -компоненту, чија је почетна фаза у координатном почетку  $\theta$ . Написати изразе за тренутне вредности (а) вектора јачине електричног поља, (б) вектора јачине магнетског поља и (в) Поинтинговог вектора таласа, у произвољној тачки простора.

(а)	(б)	(в)

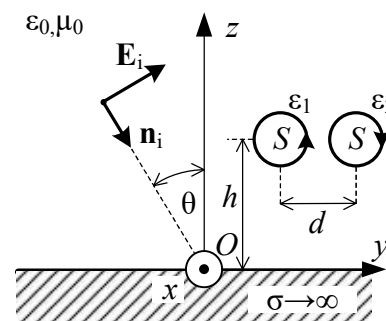
### ЗАДАЦИ

1. У вакууму постоји брзопроменљива простопериодична струја, кружне учестаности  $\omega$ , дуж танке нити дужине  $2a$ , приказане на слици. Тренутна вредност струје у односу на референтни смер на слици је  $i(z,t) = \sqrt{2}I_0 \frac{z}{a} \cos(\omega t - \beta z)$ ,  $-a \leq z \leq a$ , где је  $I_0$  константа и  $\beta = \omega\sqrt{\epsilon_0\mu_0}$ .

Одредити у комплексном облику изразе за (а) расподелу подужног и тачкастог наелектрисања нити, (б) вектор јачине индукованог електричног поља у тачки  $M(0,0,3a)$  и (в) вектор магнетске индукције у тачки  $M(0,0,3a)$ .



2. Раван простопериодичан паралелно поларизован ТЕМ талас, таласне дужине у вакууму  $\lambda = 1$  m, наилази из вакуума на бесконачну савршено проводну раван, под непознатим углом  $\theta \in [0, \pi/2)$  у односу на нормалу на раздвојну површ, као што је приказано на слици. Две електрички мале равне контуре, једнаких површина,  $S = \frac{1}{2\pi} \text{ cm}^2$ , постављене су на висини  $h = 4$  m изнад проводне равни. Контуре леже у инцидентној равни, а центри су им на међусобном растојању  $d = \sqrt{3}/3$  m. Ефективна вредност индуковане електромоторне силе у контури 1 је  $\epsilon_1 = 0,3$  mV. Према референтним смеровима означеним на слици, комплексни представници индукованих електромоторних силе контура,  $\epsilon_1$  и  $\epsilon_2$ , су у фази. Израчунати (а) угао  $\theta$ , (б) ефективну вредност електричног поља инцидентног таласа  $E_i$  и (в) ефективну вредност густине површинских наелектрисања на раздвојној површи  $\rho_s$ .



**ОДГОВОРИ НА ПИТАЊА И РЕШЕЊА ЗАДАТАКА СА  
ИСПИТА ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОГ),  
ОДРЖАНОГ 11. ЈАНУАРА 2024. ГОДИНЕ**

**ПИТАЊА**

$$1. (a) \operatorname{rot} \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \operatorname{rot} \mathbf{H} = \mathbf{J} + \mathbf{J}_1, \quad \left| \begin{array}{l} \mathbf{D} = \varepsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P}, \\ \mathbf{H} = \frac{\mathbf{B}}{\mu_0} - \mathbf{M}, \end{array} \right. \quad \left| \begin{array}{l} \mathbf{P} = \mathbf{P}(\mathbf{E}), \\ \mathbf{M} = \mathbf{M}(\mathbf{B}), \\ \mathbf{J} = \mathbf{J}(\mathbf{E}). \end{array} \right. \quad (b) \operatorname{div}(\mathbf{J} + \mathbf{J}_1) = 0.$$

$$\operatorname{div} \mathbf{D} = \rho, \quad \operatorname{div} \mathbf{B} = 0,$$

$$2. P_j = \frac{\pi^3 f^2 B^2 a^4 \sigma h}{2} \approx 131,7 \text{ mW}.$$

$$3. (a) \operatorname{rot} \mathbf{E} = -j\omega\mu_0 \mathbf{H}, \operatorname{rot} \mathbf{H} = \sigma \mathbf{E}, \operatorname{div} \mathbf{E} = 0, \operatorname{div} \mathbf{H} = 0. \quad (b) \underline{\varepsilon}_e = -j\frac{\sigma}{\omega}.$$

$$4. \underline{\rho}_s = \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{1 + j\frac{\omega\varepsilon_2}{\sigma_2}} J_{1n}.$$

$$5. (a) E_{\min} = \sqrt{6} \text{ V/m}. \quad (b) E_{\max} = \sqrt{6} \text{ V/m}. \quad (в) \text{ Вектор је поларизован кружно.}$$

$$6. (a) \mathbf{E} = \sqrt{2} E \cos(\omega t - \beta y + \theta) \mathbf{i}_z. \quad (b) \mathbf{H} = \sqrt{2} \frac{E}{Z_0} \cos(\omega t - \beta y + \theta) \mathbf{i}_x. \quad (в) \mathcal{P} = 2 \frac{E^2}{Z_0} [\cos(\omega t - \beta y + \theta)]^2 \mathbf{i}_y.$$

$$Z_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}, \quad \beta = \omega \sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}.$$

**ЗАДАЦИ**

$$1. (a) \underline{Q}' = \frac{jI_0}{\omega a} (1 - j\beta z) e^{-j\beta z}, \underline{Q}(-a) = -\frac{jI_0}{\omega} e^{j\beta a}, \underline{Q}(a) = -\frac{jI_0}{\omega} e^{-j\beta a}. \quad (b) \mathbf{E}_{\text{ind}} = -j\omega \frac{\mu_0}{4\pi} I_0 e^{-j\beta a} (3 \ln 2 - 2) \mathbf{i}_z. \quad (в) \mathbf{B} = 0.$$

$$2. (a) \theta = \frac{\pi}{3}. \quad (b) E_i = 1,5 \frac{\text{V}}{\text{m}}. \quad (в) \rho_s = 23 \frac{\text{pC}}{\text{m}^2}.$$

Са предмета Електромагнетика