

# ИСПИТ ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОГ)

1. фебруар 2024.

**Напомене.** Испит траје 180 минута и ради се самостално. Није дозвољено напуштање сале 60 минута од почетка испита. Писати искључиво хемијском оловком. Дозвољена је употреба непрограмабилних калкулатора. Дозвољена је употреба само овога папира и једне вежбанке, који се морају предати. Питања радити искључиво на овоме папиру, а задатке искључиво у вежбанци. Коначне одговоре на питања и тражена извођења уписати у одговарајуће кућице, уцртати у дијаграме или заокружити понуђене одговоре. Одговори без извођења се неће признати. Свако питање носи по 5 поена, а задатак по 20 поена.

Попунити податке о кандидату у следећој табели. Исте податке написати и на омоту вежбанке.

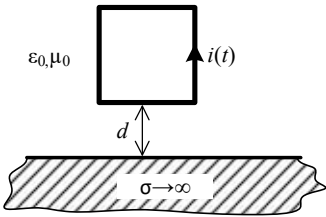
ПОДАЦИ О КАНДИДАТУ (попуњава кандидат)							КОЛОКВИЈУМ				
Индекс година/број		Презиме и име									
/							ИСПИТ				
ПИТАЊА					ЗАДАЦИ						
1.	2.	3.	4.	5.	6.	Укупно	1.	2.	Укупно	УКУПНО ПОЕНА	ОЦЕНА

## ПИТАЊА

1. (а) Написати, у комплексном облику, потпун систем диференцијалних једначина за простопериодично споропроменљиво електромагнетско поље у хомогеном линеарном домену, запремине  $v$ , пермитивности  $\epsilon$ , пермеабилности  $\mu$  и специфичне проводности  $\sigma$ , у којем нема побудних струја ни побудног поља. (б) Одредити израз за средњу снагу Џулових губитака у домену, ако је у свакој тачки домена познат комплексни вектор јачине електричног поља  $\underline{E}$ .

(а)	(б)
-----	-----

2. Илустровати теорему ликова на примеру квадратне струјне контуре изнад бесконачног блока савршеног проводника, ако кроз контуру протиче брзопроменљива струја јачине  $i(t)$ .



--

3. (а) Написати комплексне изразе у интегралном облику за електрични скалар-потенцијал и магнетски вектор-потенцијал у домену од вакуума у којем постоји брзопроменљиво електромагнетско поље. (б) Полазећи од израза под (а), извести израз за комплексни вектор јачине електричног поља, ако су познати расподела густине струје  $\underline{J}$  и њена кружна учестаност  $\omega$ .

(а)	(б)
-----	-----

4. (а) Полазећи од потпуног система диференцијалних једначина за брзопроменљиво поље у вакууму, извести таласну једначину за вектор јачине магнетског поља,  $\underline{H}(t)$ . (б) Написати једно решење добијене једначине.

(а)	(б)
-----	-----

5. За простопериодични вектор, задат у временском домену,  $\mathbf{A}(t) = \sqrt{2} \cos(\omega t + \pi/6) \mathbf{i}_x + \sqrt{2} \cos(\omega t + \pi/3) \mathbf{i}_z$ , одредити (а) реални и (б) имагинарни део његовог комплексног представника. (в) Одредити ефективну вредност вектора  $\mathbf{A}(t)$ .

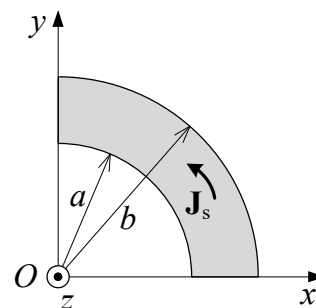
(а)	(б)	(в)
-----	-----	-----

6. Раван, униформан, простопериодичан, линијски поларизован TEM талас, учестаности  $f = 1,575 \text{ GHz}$ , простире се кроз савршени диелектрик, релативне пермитивности  $\epsilon_r = 10,3$ . Ефективна вредност вектора јачине електричног поља таласа је  $E = 12 \text{ mV/m}$ . Израчунати (а) таласну дужину, (б) импедансу средине, (в) средњу густину електромагнетске енергије таласа и (г) ефективну вредност Поинтинговог вектора таласа.

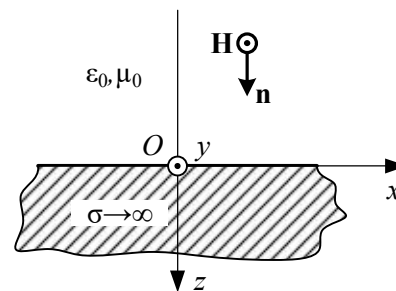
(а)	(б)	(в)	(г)
-----	-----	-----	-----

### ЗАДАЦИ

1. У вакууму постоји брзопроменљива простопериодична струја, кружне учестаности  $\omega$ , по површи у облику четвртине кружног прстена, полупречника  $a$  и  $b$ , као на слици. Вектор густине површинске струје дат је изразом у цилиндричном координатном систему,  $\mathbf{J}_s = \sqrt{2} J_{s0} \sin(2\phi) \cos(\omega t + \beta r) \mathbf{i}_\phi$ ,  $a \leq r \leq b$ ,  $0 \leq \phi \leq \pi/2$ , где је  $J_{s0}$  константа и  $\beta = \omega \sqrt{\epsilon_0 \mu_0}$ . Одредити у комплексном облику изразе за (а) расподелу површинског и подужног наелектрисања прстена и (б) магнетски вектор потенцијал у тачки  $O$ .



2. Раван униформан линијски поларизован TEM талас, ефективне вредности јачине магнетског поља  $H$  и учестаности  $f$ , наилази из вакуума нормално на савршено проводну раван, као на слици. За координатни систем са слике одредити изразе за (а) комплексне векторе јачине резултантног електричног и магнетског поља у вакууму и (б) расподелу индукованих наелектрисања и струја на раздвојној површи у комплексном облику. (в) Одредити израз за површинску густину средње снаге Цулових губитака у проводној равни, уколико је она начињена од доброг проводника, параметара  $\mu$  и  $\sigma$ .



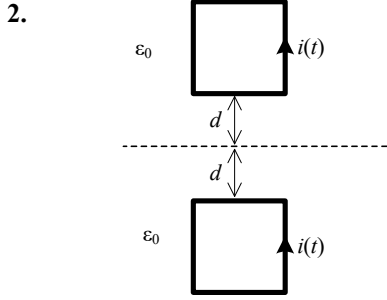
### Напомена:

У цилиндричном координатном систему је  $\text{div } \mathbf{A} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r A_r) + \frac{1}{r} \frac{\partial A_\phi}{\partial \phi} + \frac{\partial A_z}{\partial z}$ .

**ОДГОВОРИ НА ПИТАЊА И РЕШЕЊА ЗАДАТАКА СА  
ИСПИТА ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОГ),  
ОДРЖАНОГ 1. ФЕБРУАРА 2024. ГОДИНЕ**

**ПИТАЊА**

1. (a)  $\text{rot } \underline{\mathbf{E}} = -j\omega\mu\underline{\mathbf{H}}$ ,  $\text{rot } \underline{\mathbf{H}} = \sigma\underline{\mathbf{E}}$ , (б)  $P_j = \int_v \sigma |\underline{\mathbf{E}}|^2 dv$ .  
 $\text{div } \underline{\mathbf{E}} = \frac{\rho}{\varepsilon}$ ,  $\text{div } \underline{\mathbf{H}} = 0$ .



3. (a)  $V(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \int_v \frac{\rho(\mathbf{r}') e^{-j\beta R}}{R} dv$ ,  $\underline{\mathbf{A}}(\mathbf{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_v \frac{\underline{\mathbf{J}}(\mathbf{r}') e^{-j\beta R}}{R} dv$ .

(б)  $\underline{\mathbf{E}}(\mathbf{r}) = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0 j\omega} \int_v \frac{\text{div } \underline{\mathbf{J}}(\mathbf{r}') \cdot (1 + j\beta R) e^{-j\beta R}}{R^2} \mathbf{i}_R dv - j\omega \frac{\mu_0}{4\pi} \int_v \frac{\underline{\mathbf{J}}(\mathbf{r}') e^{-j\beta R}}{R} dv$ , где је  $R = |\mathbf{R}| = |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|$ ,  $\beta = \omega\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}$ .

4. (a)  $\Delta \underline{\mathbf{H}} - \varepsilon_0\mu_0 \frac{\partial^2 \underline{\mathbf{H}}}{\partial t^2} = 0$ . (б)  $\underline{\mathbf{H}}(t) = H_0 f\left(t - \frac{z}{c_0}\right) \mathbf{i}_y$ , где је  $f(t)$  произвољна функција времена,  $c_0 = 1/\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}$  брзина простирања ЕМ таласа у вакууму, а  $y$  и  $z$  су координате Декартовог координатног система.

5. (a)  $\underline{\mathbf{A}}_{\text{re}} = \frac{1}{2}(\sqrt{3}\mathbf{i}_x + \mathbf{i}_z)$ . (б)  $\underline{\mathbf{A}}_{\text{im}} = \frac{1}{2}(\mathbf{i}_x + \sqrt{3}\mathbf{i}_z)$ . (в)  $A_{\text{eff}} = \sqrt{2}$ .

6. (a)  $\lambda \approx 5,93\text{cm}$ . (б)  $Z \approx 117,4\Omega$ . (в)  $w_{\text{em}} \approx 1,31 \cdot 10^{-14} \text{J/m}^3$ . (г)  $\mathcal{P} \approx 1,23 \mu\text{W/m}^2$ .

**ЗАДАЦИ**

1. (a)  $\rho_s = \frac{j}{\omega} 2J_{s0} \cos(2\phi) \frac{e^{j\beta r}}{r}$ ,  $\underline{\mathcal{Q}}' = 0$ . (б)  $\underline{\mathbf{A}} = \frac{\mu_0 J_{s0}}{6\pi} (b-a)(-\mathbf{i}_x + \mathbf{i}_y)$ .

2. (a)  $\underline{\mathbf{E}}_{\text{rez}} = -j2Z_0 H \sin(\beta z) \mathbf{i}_x$ ,  $\underline{\mathbf{H}}_{\text{rez}} = 2H \cos(\beta z) \mathbf{i}_y$ ,  $\beta = \omega\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}$ ,  $Z_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}$ . (б)  $\underline{\rho}_s = 0$ ,  $\underline{\mathcal{J}}_s = 2H \mathbf{i}_x$ .

(в)  $\left(\frac{\Delta P_j}{\Delta S}\right)_{\text{sr}} = \sqrt{\frac{\pi \mu f}{\sigma}} 4H^2$ .

Са предмета Електромагнетика